

CUADERNOS INTEMAC

Ménsulas cortas y vigas con apoyo a media madera de hormigón armado

Reinforced concrete corbels and dapped - end beams

Dr. Ing. Krystyna Nagrodzka – Godycka
Profesora Asociada, Departamento de estructuras de hormigón armado,
Facultad de Ingeniería Civil y Medioambiental de Gdansk University of Technology
Associate Professor, Concrete Structures Department,
Faculty of Civil Engineering and Environmental, Gdansk University of Technolog



METIRE UT SCIAS

INTEMAC

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES

N.º 69

1.º TRIMESTRE '08



METIRE UT SCIAS

INTEMAC

INSTITUTO TÉCNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES

LABORATORIO DE ENSAYOS DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES

CONTROL DE PROYECTO

CONTROL DE OBRA

GARANTÍA DE CALIDAD

(O.C.T.) CONTROL PARA EL SEGURO DE DAÑOS

INFORMES DE PATOLOGÍA, REHABILITACIÓN Y REFUERZOS DE CONSTRUCCIONES

OBRAS PÚBLICAS
EDIFICACIÓN
INSTALACIONES



INTEMAC
A U D I T

AUDITORIA TÉCNICO-ECONÓMICA DE CONSTRUCCIONES

- ASESORÍA EN EL PLANTEAMIENTO Y EN LA CONTRATACIÓN DE LA OBRA
- SEGUIMIENTO DE COSTOS Y PLAZOS DURANTE LA CONSTRUCCIÓN
- VALORACIONES DE TERRENOS, INMUEBLES Y CONSTRUCCIONES
- AUDITORÍAS DE TRABAJOS PARCIALES Y DE LIQUIDACIÓN DE LA OBRA



INTEMAC
E C O

AUDITORÍA TÉCNICA MEDIOAMBIENTAL

CONTROL DE IMPACTO AMBIENTAL

Obras Públicas
Edificación
Instalaciones

CONTROL DE CALIDAD AMBIENTAL

Aire
Agua
Ruido

AUDITORÍA MEDIOAMBIENTAL

ASESORAMIENTO EN MATERIA DE MEDIO AMBIENTE

**MÉNSULAS CORTAS Y VIGAS CON APOYO A MEDIA MADERA DE
HORMIGÓN ARMADO**

REINFORCED CONCRETE CORBELS AND DAPPED - END BEAMS



Krystyna Nagrodzka – Godycka

Profesora Asociada, Departamento de estructuras de hormigón armado,
Facultad de Ingeniería Civil y Medioambiental de Gdańsk University of Technology

Associate Professor, Concrete Structures Department,
Faculty of Civil Engineering and Environmental, Gdańsk University of Technology

Copyright @ 2008, INTEMAC

Todos los derechos reservados. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida o distribuida de ninguna manera ni por ningún medio, ni almacenada en base de datos o sistema de recuperación, sin el previo permiso escrito del editor.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a data base or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

ISSN 1133 - 9365

Depósito legal: M-49879-2004

Invoprint, s.l.

CONTENTS

- 1. INTRODUCTION**
- 2. CORBELS**
- 3. STANDARD RECOMMENDATIONS
DEALING WITH DESIGN OF CORBELS**
- 4. DAPPED-END BEAMS**
 - 4.1. DESIGN OF DAPPED-END BEAMS
ACCORDING TO PN 02 [37]**
- 5. CONCLUSIONS**

ÍNDICE

- 1. INTRODUCCIÓN**
- 2. MÉNSULAS CORTAS**
- 3. RECOMENDACIONES ESTÁNDAR PARA EL
DISEÑO DE MÉNSULAS CORTAS.**
- 4. VIGAS DE APOYO A MEDIA MADERA**
 - 4.1. DISEÑO DE VIGAS CON APOYO A MEDIA
MADERA SEGÚN EL PN 02 [37]**
- 5. CONCLUSIONES**

SUMMARY

The work presents selected truss models used in design of short corbels, which served as grounds for the calculating truss model proposals adopted in the European and the Polish standards. The work provides a detailed discussion of individual theoretical models, along with the standard recommendations. It contains a comparison of corbel load capacities obtained from experimental tests – carried out by various researchers – with the capacities calculated by means of the models in question.

1. INTRODUCTION

Corbels constitute an important element of reinforced concrete frame structure used in residential, commercial and industrial building, as well as in bridges along with underground construction. Corbel is what we call a console-shaped element, whose arm ratio a_F that is subjected to the concentrated force F_V (Fig.1) – referred to the height of the corbel „ h ” should not exceed the unity ($a_F \leq h$).

The a_F/h ratio, whose maximum is limited to the unity, leads to the state of stress of the corbel being dominated by shear. This state of stress is approximating the stress found in deep beam corner.

Corbels are mostly designed to support concentrated forces applied on their upper edges. Sometimes, aside from the vertical concentrated forces F_V , corbels additionally have to take over the horizontal force H (Fig.1), exerted by the beams lying on the corbel that are subject to contraction, creep or a variable temperature gradient.

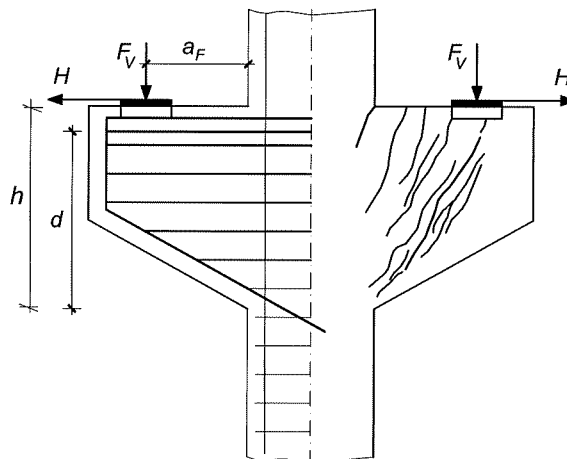


Fig. 1. Reinforcement and crack pattern for corbel with $a_F/h \leq 0.6$

Reinforced concrete corbels can be subject to different modes of failure, which may result from the steel yield in the main tie reinforcement, including the yield of horizontal or vertical stirrups, or else the inclined stirrups if any. Another reason why load capacity is lost, found in stronger reinforcements, could be the damage to the concrete structure in the lower compressed corner, or a split that is revealed by a diagonal crack along the whole height of the corbel (Fig.1).

Another cause of lowering or even total loss of load capacity can be crushing of concrete in the direct neighbourhood of the steel bearing plate transferring the load to corbel arm.

RESUMEN

El trabajo presenta una selección de modelos de celosía usados para el diseño de ménsulas cortas, los cuales sirven como base para las propuestas de cálculo del modelo de celosía adoptado en las normativas europeas y polaca. El trabajo presenta una detallada discusión de modelos teóricos individuales, junto con recomendaciones normativas. Contiene una comparación de las capacidades resistentes de las ménsulas obtenidas de ensayos experimentales – llevados a cabo por varios investigadores – con las capacidades calculadas mediante los modelos en cuestión.

1. INTRODUCCIÓN

Las ménsulas cortas constituyen un elemento importante de la estructura de hormigón armado usado en edificios de uso industrial, comercial y residencial, así como en los puentes y en la construcción subterránea. Una ménsula corta es un elemento con forma de consola, en la que la relación entre el brazo a_F asociado a la carga puntual F_V (Fig. 1) y la altura de la ménsula corta " h " no debe superar la unidad ($a_F \leq h$).

La relación a_F/h , cuyo máximo valor está limitado a la unidad, conduce a un estado de tensiones en la ménsula corta dominado por el esfuerzo cortante. Este estado tensional es aproximadamente el mismo que encontramos en el extremo de una viga de gran canto.

En general, las ménsulas cortas están diseñadas para soportar cargas puntuales aplicadas en su borde superior. A veces, aparte de las cargas puntuales F_V , las ménsulas cortas tienen que soportar la fuerza horizontal H (Fig. 1), ejercida por las vigas que apoyan en dichas ménsulas y que están sometidas a contracción, retracción o a un gradiente de temperatura variable.

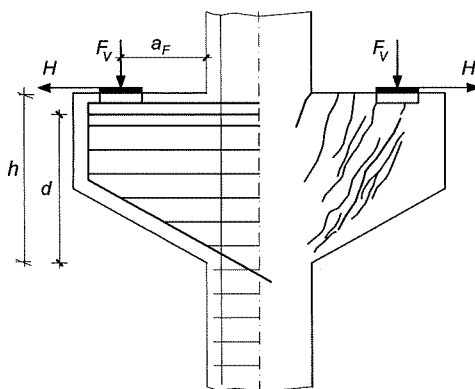


Fig. 1. Armadura y mapa de fisuras para una ménsula corta con $a_F/h \leq 0,6$

Las ménsulas cortas de hormigón armado pueden presentar diferentes modos de fallo, el cual puede producirse por la superación del límite elástico del acero de la armadura del tirante principal, incluyendo la plastificación de los estribos verticales y horizontales, o incluso de los estribos inclinados si existieran. Otra razón por la que se pueda perder la capacidad de carga, la cual aparece con armaduras de alto límite elástico, podría ser el daño a la estructura de hormigón en la zona comprimida inferior, o una fractura que se manifiesta como una fisura diagonal a lo largo de toda la altura de la ménsula corta (Fig. 1). Otra causa de la pérdida parcial, o incluso total, de su capacidad resistente puede ser la superación de la resistencia a compresión del hormigón en la zona más próxima a la plancha de apoyo que transfiere la carga a dicha ménsula.

El peligro de sobrecargar una estructura de hormigón armado se manifiesta a través de la fisuración donde, al igual

The overload danger for the reinforced concrete structure is signalled by cracks, where, similar to the beams, the diagonal cracks give greatest reasons to be concerned. Diagonal cracks in the corbels appear relatively early, which is why they do not always have to signal the need to reinforce the corbels or limit their load. On the other hand, the cracks cannot be ignored. This applies in particular to diagonal cracks, which deeply penetrate into nearly the whole depth of the corbel towards the compressed corner – Fig.1.

When designing corbels a problem is posed by the choice of a proper calculation model for the element, which according to the research depends on the a_F/h ratio, the way the load is applied, the type of reinforcement, etc. The calculation model should also take into account the dislocation of the internal forces resulting from the crack, even more so as corbel is a structure element that is very vulnerable to all types of shortcomings in shaping the reinforcement.

2. CORBELS

Column corbels can have a rectangular or a trapezoid shape. As seen from the course of the principal stress trajectories (Fig.2) the shape has no influence on the state of stress within the corbel, as in the case of a load applied to the upper edge the rectangular bottom external corner is free from stresses.

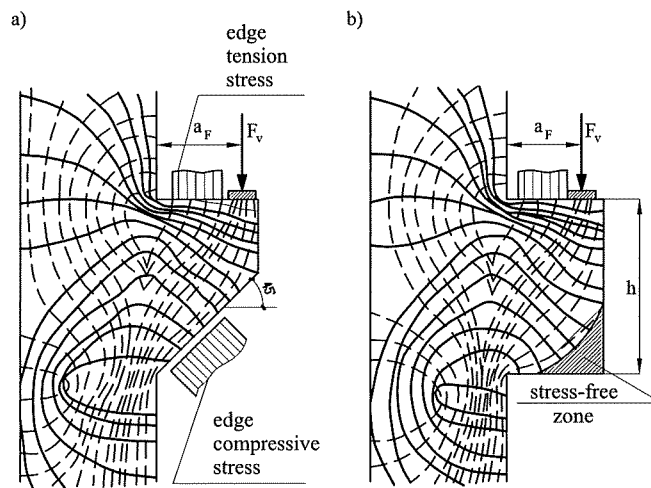


Fig. 2. The principal stress trajectories [13]: a) trapezoid corbel, b) rectangular corbel

The dimensioning concepts both for cantilever beams (Fig. 3a) and for short corbels (Fig. 3b) are attributed to the works of Rausch, which date back to the twenties of XX century [40], and later – to the fifties [41].

Both the Rausch's early works and his book [39] recommended the use of inclined reinforcement at 45° against the element axis (Fig. 3).

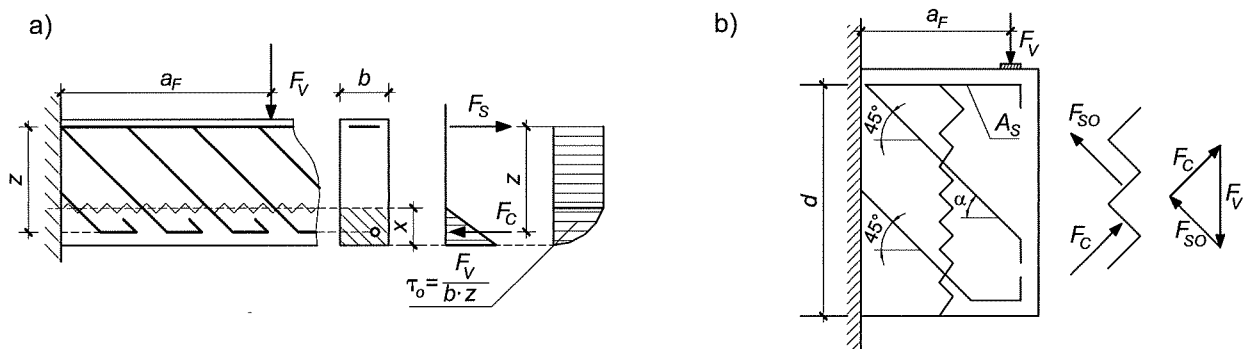


Fig. 3. The Rausch scheme of: a) short cantilever beam, b) corbel

que en las vigas, las fisuras diagonales ofrecen las pistas más relevantes a tener en consideración. La fisuración diagonal en las ménsulas cortas aparece relativamente temprano, lo cual no tiene siempre que apuntar la necesidad de reforzar la ménsula o limitar la carga. Asimismo, no podemos ignorar dicha fisuración. Esto último se aplica en particular a la fisuración diagonal, la cual se propaga profundamente en casi todo el canto de la ménsula corta hacia el extremo comprimido (Fig. 1).

En el diseño de ménsulas cortas se plantea el problema de la elección de un modelo de cálculo adecuado para dicho elemento, el cual, de acuerdo con la investigación depende de la relación a_F/h , el modo de aplicación de la carga, el tipo de armadura, etc. El modelo de cálculo debería igualmente tener en cuenta la nueva configuración de fuerzas internas que resulta después de la fisuración, sobre todo debido a que la ménsula corta es un elemento estructural que es muy vulnerable a todo tipo de cambios en la disposición de la armadura.

2. MÉNSULAS CORTAS

Las ménsulas cortas pueden tener una forma rectangular o trapezoidal. Tal y como se puede deducir de las direcciones de las trayectorias de las tensiones principales (Fig. 2), la forma no tiene influencia en el estado tensional de la ménsula; como en el caso de una carga aplicada en la fibra superior de una ménsula rectangular cuyo borde extremo inferior está libre de tensiones.

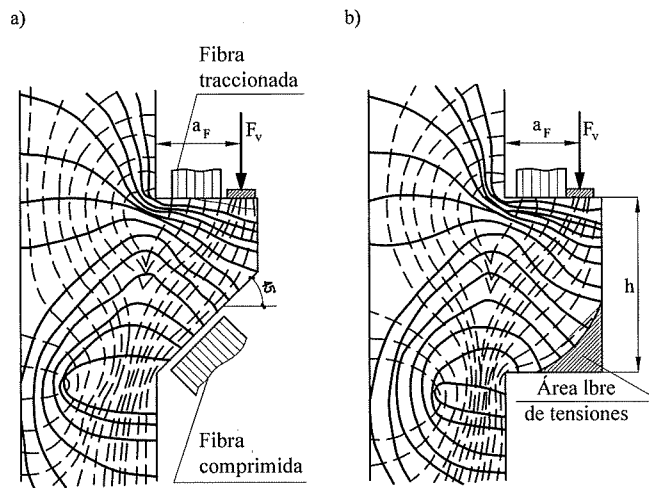


Fig. 2. Las trayectorias de tensión principales [13]: a) ménsula trapezoidal, b) ménsula rectangular

Las bases del dimensionamiento para vigas en voladizo (Fig. 3a) y ménsulas cortas (Fig. 3b) se atribuyen a los trabajos de Rausch, los cuales se originan desde los años 20 [40] hasta la década de los 50 [41].

Los primeros trabajos de Rausch y su libro [39] recomendaban el uso de una armadura inclinada a 45° respecto al eje del elemento (Fig. 3).

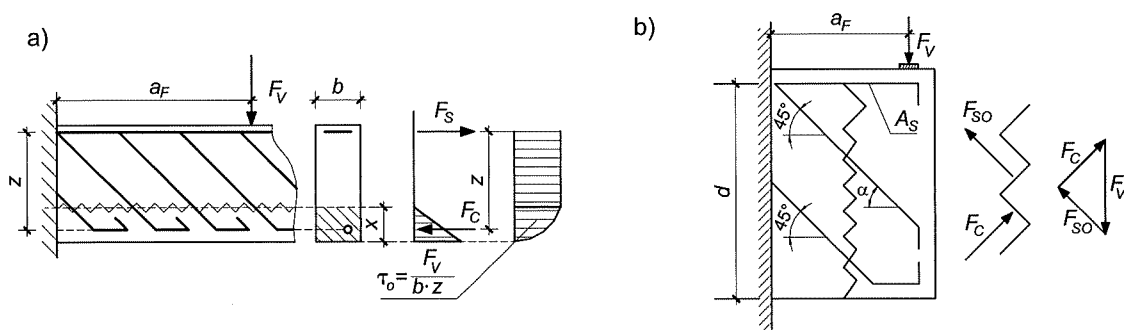


Fig. 3. El esquema de Rausch de: a) una viga en voladizo, b) una ménsula corta.

According to the Rausch concept, for a beam part equal to the size of the arm of internal forces ($z \approx 0.85d$) the inclined reinforcement was to take over the $F_{so} = F_v / \sqrt{2}$ force, which resulted in the amount of transverse reinforcement being overstated without a significant rise in its efficiency.

In the fifties of XX century W. Zalewski [57] initiated a Force Flux Method (known later as Truss Model or Struts-and-Ties Model) applied to the corbels, which was then incorporated in the Niedenhoff [33] proposal who, based on his own extensive research, suggested – with reference to the course of the principal stress trajectories – a scheme of a two-members truss, where the inclined bars from the Rausch model were replaced by one inclined strut isolated from the concrete block of the corbel (Fig. 4).

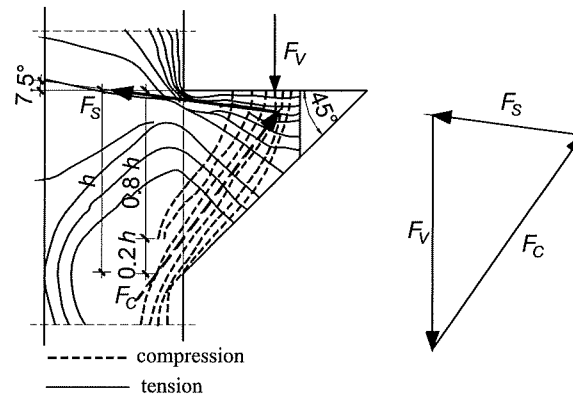


Fig. 4. Niedenhoff corbel model

The compression strut, along with the tension force in the main reinforcement at the upper tension corbel edge was according to Niedenhoff supposed to take over the vertical force applied to the corbel. This extremely simplified Niedenhoff's scheme is superior to the Rausch model not only thanks to its simplicity but also because it reflects the state of effort more faithfully by exposing the compression concrete truss element (strut), whose rigidity compared to the inclined reinforcement is much greater. When analysing the state of stress of a reinforced concrete corbel one should account for its performance in phase II (after the cracks appear), as cracks occur in the corbel very early, most frequently after the working load has been applied. Figure 5 presents an example of corbel cracks morphology against the background of principal stress trajectories.

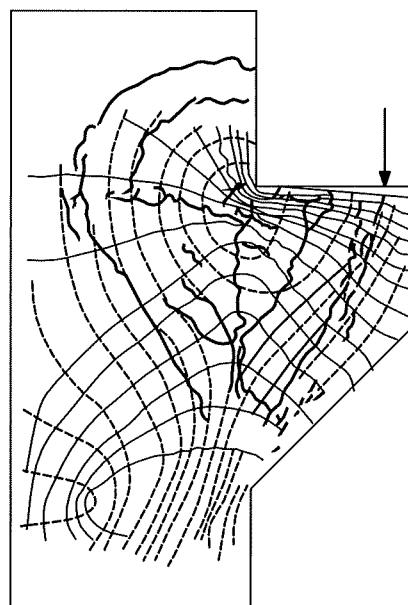


Fig. 5. Crack pattern against the principal stress trajectories of a corbel

De acuerdo con los planteamientos de Rausch, para la zona de la viga cuyo tamaño es igual al brazo de las fuerzas internas ($z \approx 0,85d$), la armadura inclinada se disponía para soportar la fuerza $F_{so} = F_V/\sqrt{2}$, la cual se disponía con una cuantía de armadura transversal superabundante sin un aumento significativo en su eficiencia.

En los años 50, W. Zalewski [57] inició un Método de Flujo de Fuerzas (conocido más tarde como Modelo de Celosía o Modelo de Bielas y Tirantes) aplicado a las ménsulas cortas, el cual fue incorporado a la propuesta de Niedenhoff [33] quien, basándose en una investigación exhaustiva, sugirió – con referencia a la dirección de las trayectorias de las direcciones principales – el esquema de celosía con dos elementos, donde las barras inclinadas del modelo de Rausch fueron reemplazadas por una biela inclinada aislada en el bloque de hormigón de la ménsula (Fig. 4).

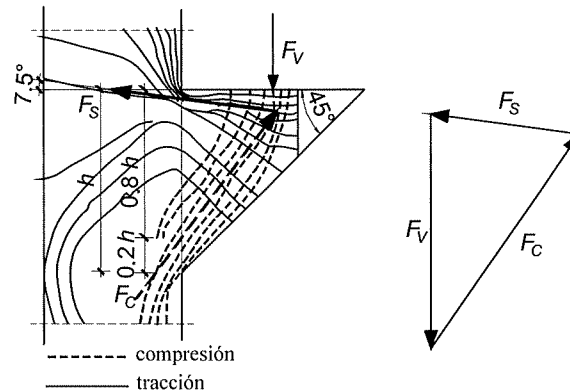


Fig. 4. Modelo de ménsula corta de Niedenhoff

La biela de compresión, con la fuerza de tensión a lo largo de la armadura principal de la fibra superior de la ménsula, era coherente con la propuesta de Niedenhoff suponiendo que soportaba la fuerza vertical aplicada sobre la ménsula. Este esquema de Niedenhoff tan extremadamente simplificado es superior al modelo de Rausch, no sólo debido a su simplicidad sino también porque refleja el estado de esfuerzos de un modo más convincente por reflejar un elemento de celosía comprimido de hormigón (biela), cuya rigidez comparada con la de la armadura inclinada es mucho mayor. Si analizamos el estado de tensiones de una ménsula corta de hormigón armado deberíamos tener en cuenta su estado en fase II (después de la aparición de fisuras), ya que la fisuración aparece muy temprano en dicha ménsula, en su mayor parte después de que la carga de servicio haya sido aplicada. La Figura 5 muestra un ejemplo del esquema de fisuración en una ménsula corta superpuesta con las trayectorias de las tensiones principales.

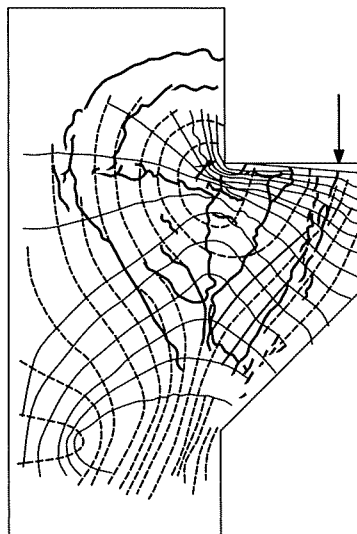


Fig. 5. Mapa de fisuración sobre las trayectorias de las tensiones principales de una ménsula corta

As seen, the course of the cracks is almost directly related to the trajectories of the principal compressive stresses. Having considered the morphology of the cracks presented in Fig. 5, Niedenhoff and Franz [10], [33] suggested a simple designing scheme for the main reinforcement (Fig. 6a), and simultaneously offered what they thought to be the optimal reinforcement designing concept as seen in Fig. 6b. According to this concept the section of the stirrups should be equal to 0.25 A_s of the main reinforcement.

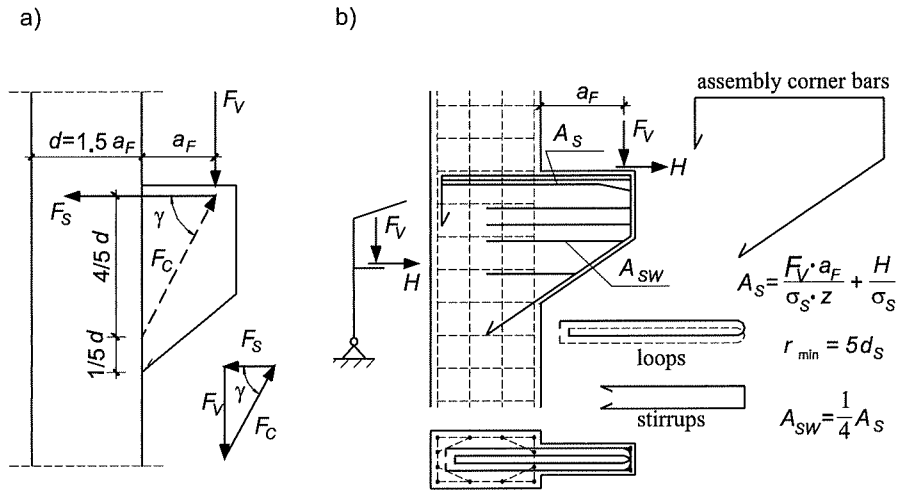


Fig. 6. Corbel according to the research by Franz and Niedenhoff: a) calculation model, b) reinforcement

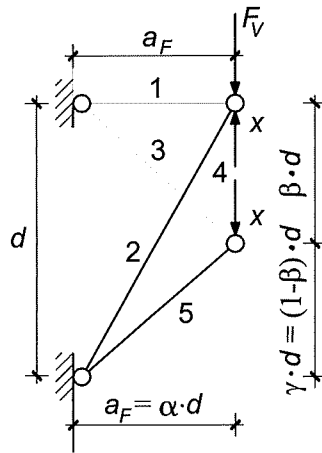


Fig. 7. The truss model by Mehmel-Becker

To make the two-bar truss denser, Niedenhoff, Mehmel and Becker [25] proposed a statically indeterminate five-bar truss, as seen in Fig. 7. The unknown here is the X force occurring in bar 4, which links two supporting systems consisting of bars 1-2 and 3-5 (Fig. 7). The way to determine the supernumerary X_I in stage I and X_{II} in the stage after the cracks appear has been described in the author's monograph [30].

When analysing two static models of the corbel against the context of the minimum strain energy, one in the form of a cantilever beam, and the other in the form of a truss model, Hagberg in his work [16] concludes that corbels of arm $l = a_F \leq 1.5 z$ should be analysed by means of the truss model, whereas the statically determinate Franz–Niedenhoff model showed a lower strain energy value than the statically indeterminate Mehmel-Becker model.

Extensive research of corbels undertaken during the same period by Robinson [45], [46], served as the basis for his own proposal of a truss model – Fig. 8.

Como podemos ver, la dirección de las fisuras está prácticamente relacionada con las trayectorias de las tensiones principales de compresión. Habiendo considerado el esquema de fisuración presentado en Fig. 5, Niedenhoff y Franz [10], [33] sugirieron un esquema simplificado de diseño para la armadura principal (Fig. 6a), y a su vez presentaron lo que ellos pensaban que era el diseño óptimo para dicha armadura tal y como se muestra en la Fig. 6b. Según este planteamiento, el área de los estribos debería ser igual a 0,25 A_s veces el área de la armadura principal.

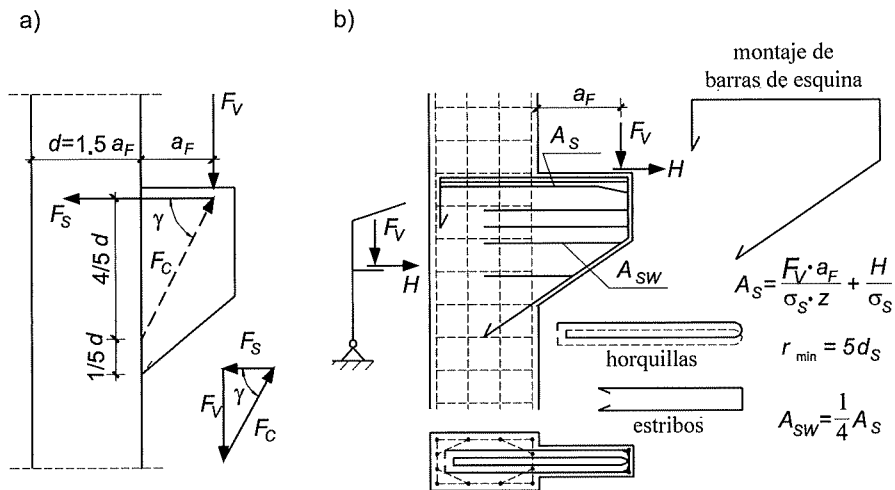


Fig. 6. Ménsula corta según las investigaciones de Franz and Niedenhoff: a) modelo de cálculo, b) armadura

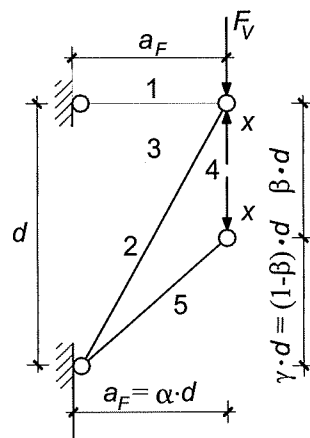


Fig. 7. Modelo de celosía de Mehmel-Becker

Para hacer la celosía de dos barras más densa, Niedenhoff, Mehmel y Becker [25] plantearon una celosía hiperestática de cinco barras, tal y como se puede ver en la Figura 7. La variable aquí es la fuerza X de la barra 4, la cual sirve de unión a los dos sistemas de apoyo formados por las barras 1-2 y 3-5 (Fig. 7). El modo de determinar la incógnita X_I en la fase I y X_{II} en la fase posterior a la aparición de fisuras ha sido descrito en un trabajo monográfico de la autora [30].

Al analizar los dos modelos estáticos de la ménsula corta bajo el principio de mínima energía de deformaciones, siendo uno de ellos el de un voladizo y siendo el otro el modelo de celosía, Hagberg, en sus investigaciones [16], concluyó que las ménsulas de brazo $l = a_F \leq 1,5 z$ deberían ser estudiadas por medio del modelo de celosía, mientras que el modelo isostático de Frank-Niedenhoff presentaba un valor de energía menor en las deformaciones que el modelo hiperestático de Mehmel-Becker. Varias investigaciones de ménsulas cortas llevadas a cabo durante el mismo período por Robinson [45], [46], sirvieron de base para el planteamiento de su propio modelo de celosía – Fig. 8.

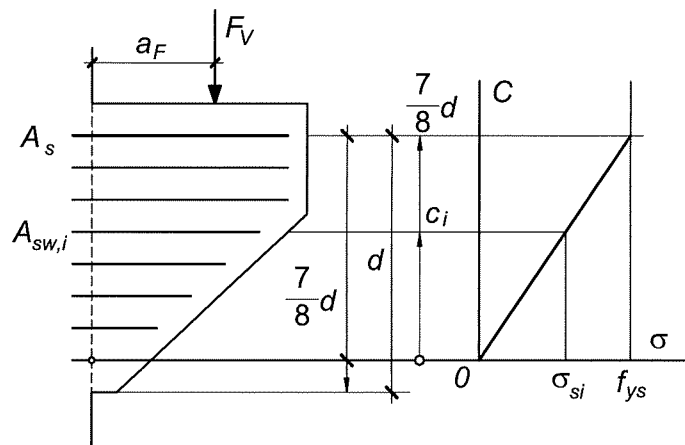


Fig. 8. Robinson corbel model

Robinson verified the agreement of the calculation results with the experimental tests results by means of his own research, as seen in Fig. 9. The failure forces obtained based on the model proposed by Robinson showed poor agreement with the results of the experimental tests (the calculation results were higher than the experiment results $\bar{\eta} = \frac{F_{Vu,exp}}{F_{Vu,cal}} = 0.64$). Still however Robinson's research was important in that it helped us learn about the failure mode and role of the horizontal stirrups in extremely short corbels.

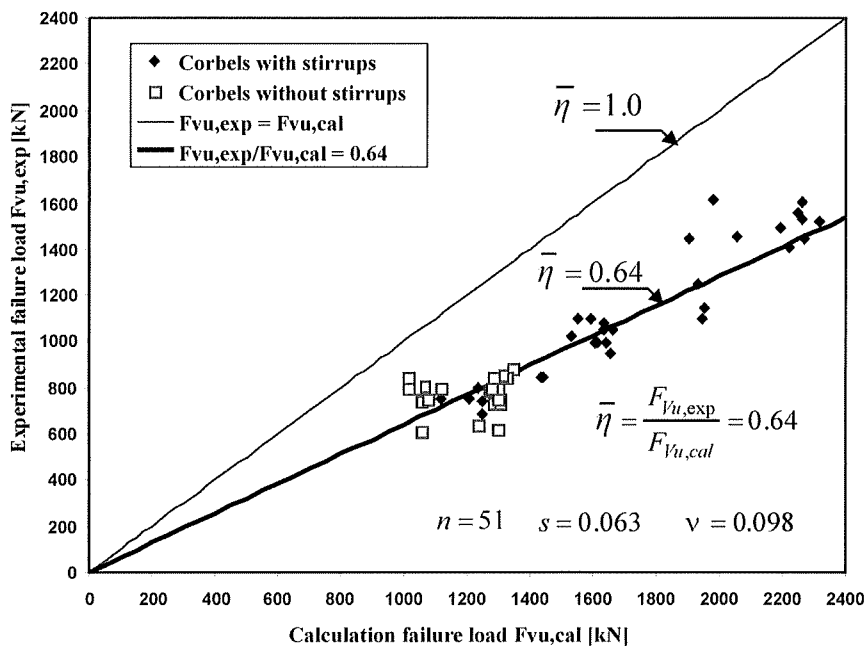


Fig. 9. Verified version of Robinson's model

By employing, as did Hagberg in his work [16], the rule of minimum strain energy Zarzycki [58], [59] formulated his own short corbel truss model – Fig. 10.

The model referred to the results of the experimental tests performed on a double-arm reinforced concrete corbel of constant geometry and dimensions. The corbels tested in 10 batches, each containing 3 specimens, were 30 cm width and their reinforcements differed in shape and strength. Rectangular-shaped corbels had effective depth $d = 25\text{cm}$ and were subjected to concentrated forces F_V located at the distance of $a_F = 18\text{ cm}$, counting from the column face.

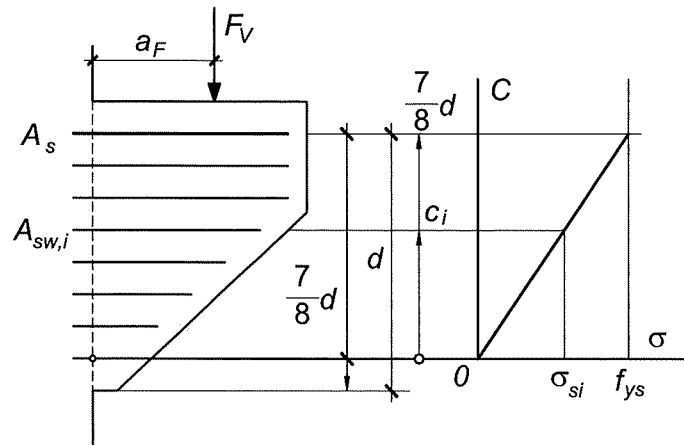


Fig. 8. Modelo de ménsula corta de Robinson

Robinson contrastó los resultados de cálculo con los resultados experimentales mediante sus propias investigaciones, como se muestra en la Figura 9. Los esfuerzos de diseño obtenidos con base en el modelo propuesto por Robinson presentaron escasa concordancia con los resultados experimentales (los resultados de cálculo fueron mayores que los resultados experimentales $\bar{\eta} = \frac{F_{Vu,exp}}{F_{Vu,cal}} = 0,64$). Sin embargo, las investigaciones de Robinson fueron aún importantes en el sentido de que nos ayudó a comprender el modo de fallo y el papel jugado por los cercos en ménsulas extremadamente cortas.

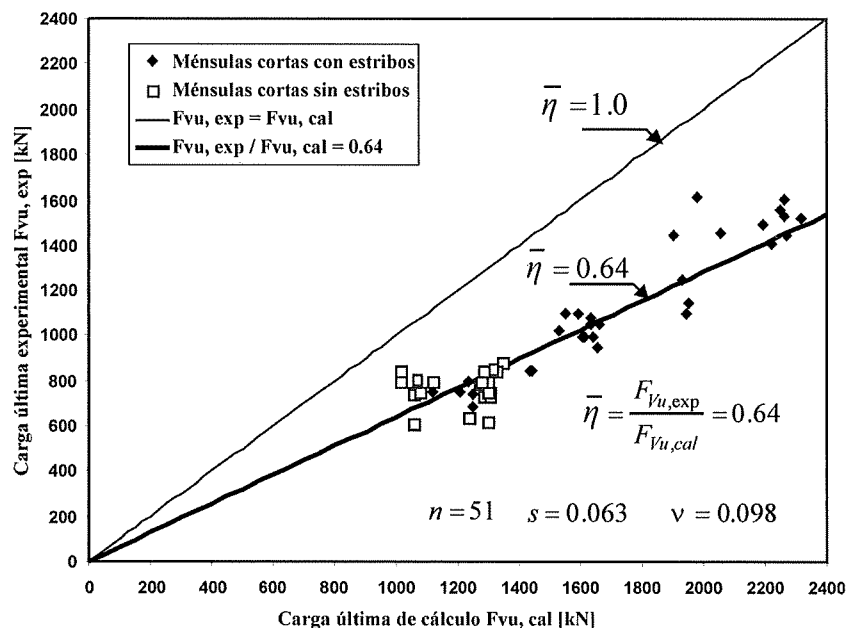


Fig. 9. Versión contrastada del modelo de Robinson

Empleando, tal y como hizo Hagberg en sus trabajos [16], el principio de mínima energía de deformaciones, Zarzycki [58], [59] formuló su propio modelo de celosía para ménsulas cortas – Fig. 10. El modelo responde a los resultados experimentales llevados a cabo en una ménsula corta de doble brazo de hormigón armado con dimensiones y geometría constantes. Las ménsulas cortas ensayadas en 10 series, cada una de ellas compuesta por 3 ensayos, tenían un ancho de 30 cm y sus armaduras enfiladas en naturaleza y en disposición. Las ménsulas cortas con forma rectangular tenían un canto efectivo $d = 25$ cm y estaban sometidas a cargas puntuales F_v situadas a una distancia $a_f = 18$ cm desde el borde del pilar.

After this work, newly proposed corbel models all accounted for – with different assumptions – the changeability of the compression zone depth. Hagberg in his work [17] presents the scheme of forces in the corbel under vertical load based on the truss model for corbels with horizontal and inclined stirrups, and also for corbel subjected to vertical force and a horizontal force simultaneously.

Figure 12 shows the Hagberg model example for a corbel with horizontal stirrups, subjected to vertical force on the upper edge.

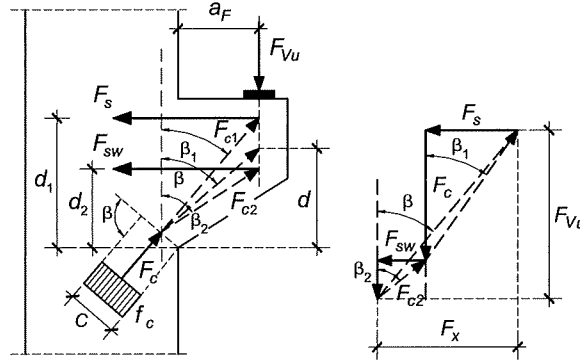


Fig. 12. Hagberg's scheme of forces in corbel with horizontal stirrups [17]

Employing the force distribution shown in Figure 12, the following dependence can be adopted:

$$F_V = \frac{F_s}{\tan \beta_1} + \frac{F_{sw}}{\tan \beta_2} = \frac{F_X}{\tan \beta} \quad (1)$$

where: $F_s = A_s \times f_{ys}$ – force in the main reinforcement,

$F_{sw} = A_{sw} \times f_{y, sw}$ – force in horizontal stirrups,

$F_X = F_s + F_{sw}$.

In turn $\tan \beta$ according to [17] can be derived from the following equation:

$$\left[1 - \frac{2 \cdot f_c \cdot d \cdot b}{F_X} \right] \cdot \tan^2 \beta + \frac{2 \cdot f_c \cdot b \cdot a_F}{F_X} \cdot \tan \beta + 1 = 0 \quad (2)$$

where: b – corbel width,

f_c – compressive concrete strength,

$$d = \frac{d_1 \cdot F_s + d_2 \cdot F_{sw}}{F_X}$$

$$c = \frac{F_X}{f_c \cdot b \cdot \sin \beta}$$

Values of $\tan \beta_1$ and $\tan \beta_2$ are defined by the following dependencies:

$$\tan \beta_1 = \frac{a_F + 0.5 \cdot c \cdot \cos \beta}{d_1 - 0.5 \cdot c \cdot \sin \beta} \quad (3a)$$

$$\tan \beta_2 = \frac{a_F + 0.5 \cdot c \cdot \cos \beta}{d_2 - 0.5 \cdot c \cdot \sin \beta} \quad (3b)$$

Posteriormente, todos los modelos de ménsulas cortas de nuevo planteamiento tuvieron en cuenta – bajo diferentes puntos de vista – la profundidad variable de la zona de compresión. Hagberg en su trabajo [17] presenta el esquema de fuerzas en la ménsula corta bajo carga vertical basándose en el modelo de celosía para ménsulas cortas con estribos horizontales e inclinados, e incluso para la ménsula corta sometida a fuerzas verticales y horizontales simultáneamente.

La Figura 12 muestra un ejemplo del modelo de Hagberg para una ménsula corta con estribos horizontales, sometida a una carga vertical en su fibra superior.

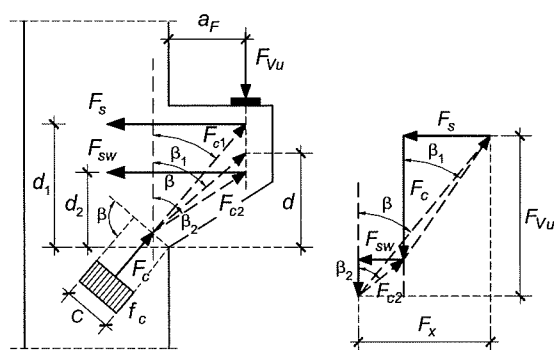


Fig. 12. Esquema de fuerzas en una ménsula corta con estribos horizontales de Hagberg [17]

Empleando la distribución de fuerzas mostrada en la Figura 12, podemos adoptar la siguiente relación

$$F_V = \frac{F_s}{\tan \beta_1} + \frac{F_{sw}}{\tan \beta_2} = \frac{F_X}{\tan \beta} \quad (1)$$

donde: $F_s = A_s \times f_{ys}$ – fuerza en la armadura principal,

$F_{sw} = A_{sw} \times f_{y,sw}$ – fuerza en los cercos,

$F_X = F_s + F_{sw}$.

Asimismo $\tan \beta$, de acuerdo con [17], puede ser deducida de la siguiente ecuación:

$$\left[1 - \frac{2 \cdot f_c \cdot d \cdot b}{F_X} \right] \cdot \tan^2 \beta + \frac{2 \cdot f_c \cdot b \cdot a_F}{F_X} \cdot \tan \beta + 1 = 0 \quad (2)$$

donde: b – ancho de la ménsula corta,

f_c – resistencia a compresión del hormigón,

$$d = \frac{d_1 \cdot F_s + d_2 \cdot F_{sw}}{F_X},$$

$$c = \frac{F_X}{f_c \cdot b \cdot \sin \beta}.$$

Los valores de $\tan \beta_1$ y $\tan \beta_2$ se definen en las siguientes expresiones:

$$\tan \beta_1 = \frac{a_F + 0.5 \cdot c \cdot \cos \beta}{d_1 - 0.5 \cdot c \cdot \sin \beta} \quad (3a)$$

$$\tan \beta_2 = \frac{a_F + 0.5 \cdot c \cdot \cos \beta}{d_2 - 0.5 \cdot c \cdot \sin \beta} \quad (3b)$$

The effort of a compression strut can, according to Hagberg, be determined by adopting a simplified model referring to the Franz-Niederhoff truss, where the compression strut is dependent on the width of corbel and bearing plate – Fig. 13.

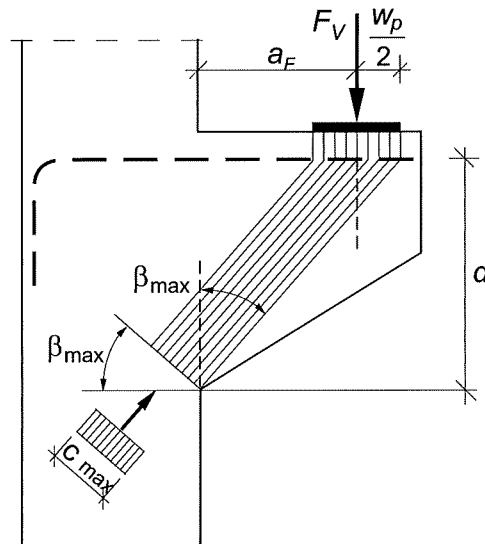


Fig. 13. Relation between the geometry and the calculation model of load carrying capacity according to [17]

The following dependencies derive from Figure 13:

$$\tan \beta_{max} = \frac{a_F + 0,5w_p}{d} ; c_{max} = w_p \cdot \cos \beta_{max} .$$

Based on the above dependencies and relations $F_c = f_c \cdot b \cdot c_{max}$ and if we adopt the bearing plate width of w_p , the obtained value is $F_{V,max}$ from the following formula:

$$F_{V,max} = f_c \cdot b \cdot w_p \cdot \cos^2 \beta_{max} \quad (4)$$

By using the dependency derived from Hagberg's model one is able to calculate the operational depth of corbel d (having a priori adopted the $w_p \cdot b$ bearing plate dimensions) for the F_V force, applied to a_F arm from the following formula:

$$d \geq (a_F + 0.5w_p) \cdot \sqrt{\frac{F_V}{f_{cd} \cdot b \cdot w_p - F_V}} \quad (5)$$

With the corbel being simultaneously subject to the following forces: vertical F_V and horizontal H , Hagberg ignores, for the benefit of safety, the participation of stirrups, whereas the whole tensile force is attributed to the main reinforcement A_s .

When verifying his formulas – based on the results of experimental Hermansen's tests, carried out at Herriot Watt University on 40 corbels [19], Hagberg claimed his results were satisfactory as the ratio of experimental failure forces to the calculated ones exceeded unity, with the $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1.19$, at standard deviation $s = 0.15$.

Hagberg also verified his model against the results of Kriz and Rath's tests [20]. Depending on the failure mode, the value he obtained was $\bar{\eta} = 1.03$ (for 23 corbels destroyed as a result of yielding steel in the main reinforcement) and $\bar{\eta} = 1.15$ for 10 corbels, where the concrete between inclined cracks was damaged. Figure 14 presents the Hagberg's model verified against the results of Kriz and Rath's tests.

El esfuerzo de una biela de compresión puede, de acuerdo con Hagberg, determinarse adoptando un modelo simplificado semejante a la celosía de Frank-Niederhoff, donde la biela de compresión es dependiente del ancho de la ménsula y de la plancha de apoyo – Fig. 13.

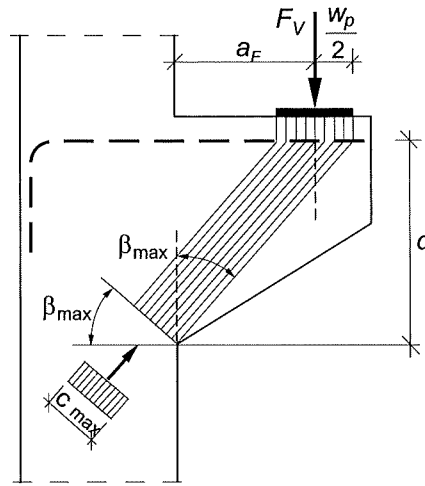


Fig. 13. Relación entre la geometría y el modelo de cálculo de la capacidad resistente según [17]

Las siguientes expresiones se deducen de la Fig. 13:

$$\tan \beta_{\max} = \frac{a_F + 0,5w_p}{d} ; c_{\max} = w_p \cdot \cos \beta_{\max} .$$

Basándonos en las expresiones anteriores y la relación $F_c = f_c \cdot b \cdot c_{\max}$ y si definimos como ancho de la plancha de apoyo w_p , el valor resultante es $F_{V,\max}$ de la siguiente fórmula:

$$F_{V,\max} = f_c \cdot b \cdot w_p \cdot \cos^2 \beta_{\max} \quad (4)$$

Usando las expresiones deducidas del modelo de Hagberg, somos capaces de calcular la profundidad d de la ménsula corta (suponiendo a priori las dimensiones $w_p \cdot b$ de la plancha de apoyo) para la carga F_V aplicada con un brazo a_F de la siguiente fórmula:

$$d \geq (a_F + 0,5w_p) \cdot \sqrt{\frac{F_V}{f_{cd} \cdot b \cdot w_p - F_V}} \quad (5)$$

Con la ménsula corta sometida simultáneamente a las siguientes cargas: carga vertical F_V y horizontal H , Hagberg no tenía en cuenta, para estar del lado de la seguridad, la colaboración de los estribos, mientras que toda la fuerza de tracción era absorbida por la armadura principal A_s .

Para contrastar sus fórmulas – basadas en los resultados experimentales de Hermansen, llevados a cabo en la Herriot Watt University sobre 40 ménsulas cortas [19], Hagberg declaró que sus resultados eran satisfactorios ya

que la relación entre las cargas experimentales de fallo y las calculadas excedieron la unidad, con $\bar{\eta} = \frac{F_{V,\exp}}{F_{V,cal}} = 1,19$ y una desviación estándar $s = 0,15$.

Hagberg también contrastó su modelo con los resultados de los ensayos de Kriz y Raths [20]. Dependiendo del modo de fallo, el valor obtenido fue $\bar{\eta} = 1,03$ (para 23 ménsulas cortas cuyo fallo fue la superación del límite elástico en la armadura principal) y $\bar{\eta} = 1,15$ para 10 ménsulas cortas, donde se supera la capacidad resistente del hormigón entre las fisuras inclinadas. La Figura 14 compara los valores obtenidos con el modelo de Hagberg con los resultados de los ensayos de Kriz y Raths.

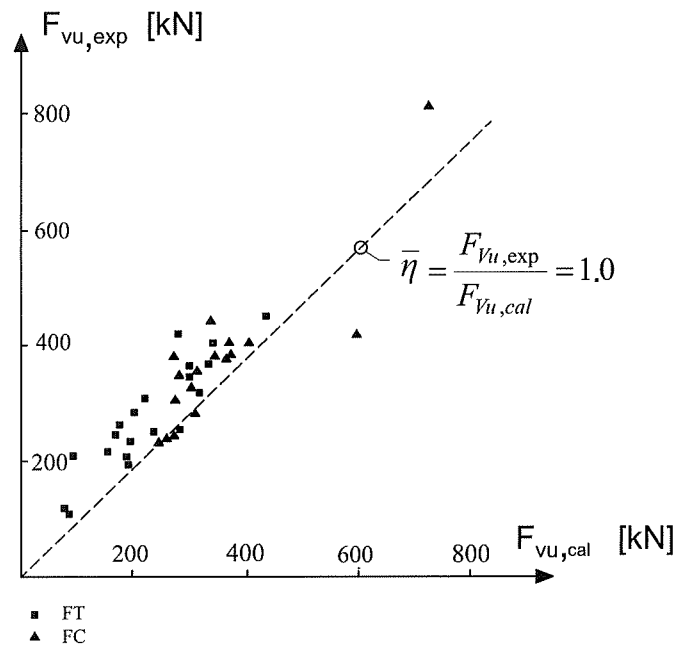


Fig. 14. Hagberg's model [17] verified against the Kriz and Raths tests results [20], FT - failure through steel yield, FC- failure of compressive concrete strut

Summing up, practical applicability of Hagberg's model should be positively evaluated, although this model might seem to overestimate the role of the bearing plate.

The calculation model suggested by Nagrodzka-Godycka, verified through own and foreign experimental tests [27], [28], also accounts for the changes in the compression zone. This model allows the calculation of load carrying capacity as regards the steel of the simple two-member truss, while for the concrete it uses the compressive concrete strength for shearing specified by means of the Mohr hypothesis, adopting for the purpose a curve tangent to limit stress circles f_c and f_{ct} in the form of second grade parabola, in the version offered by Leon [21].

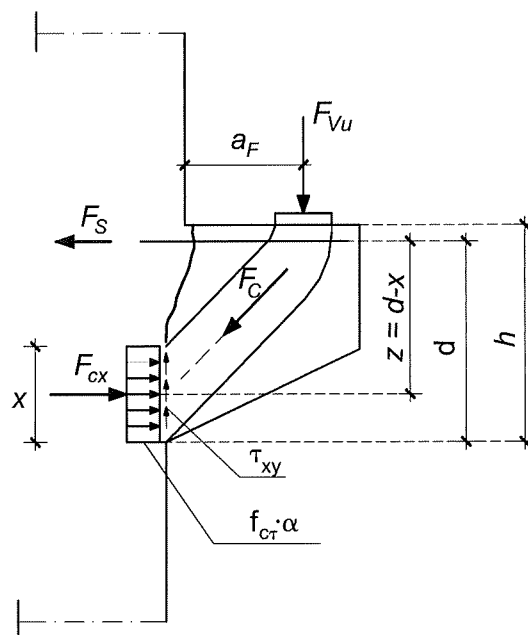


Fig. 15. Reinforced concrete corbel failure model [28]

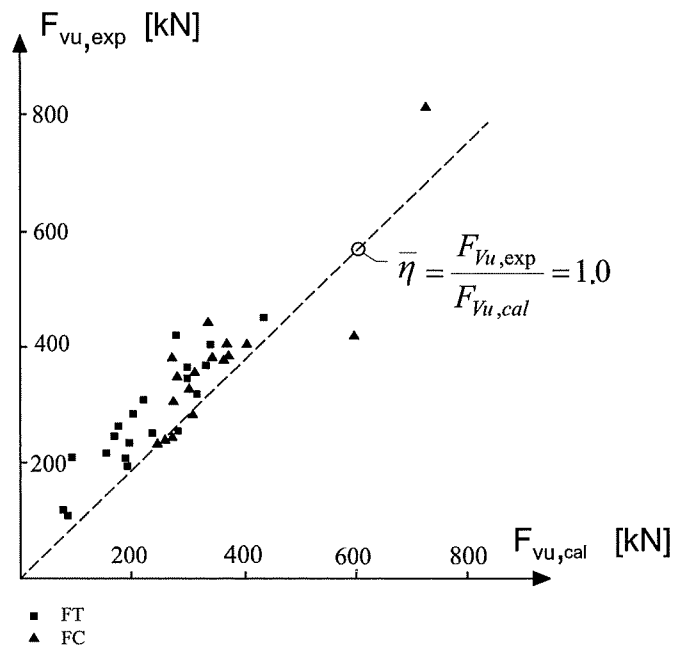


Fig. 14. Modelo de Hagberg [17] contrastado con los resultados experimentales de Kriz y Raths [20], FT - fallo por superación del límite elástico del acero, FC- fallo por la biela de hormigón comprimida

En resumen, la aplicación práctica del modelo de Hagberg podría ser válida, aunque el modelo pudiera parecer que sobreestima la influencia del apoyo.

El modelo de cálculo propuesto por Nagrodzka-Godycka, contrastado por su propia campaña experimental [27], [28], también tiene en cuenta una zona de compresión variable. Este modelo permite el cálculo de la capacidad resistente considerando el acero mediante la celosía de dos elementos, mientras que para el hormigón considera la resistencia a compresión utilizada para el esfuerzo cortante por medio de la hipótesis del círculo de Mohr, adoptando para ello una curva tangente a los círculos de tensión límite f_c y f_{ct} en la forma de una parábola de segundo grado, en la versión ofrecida por Leon en [21].

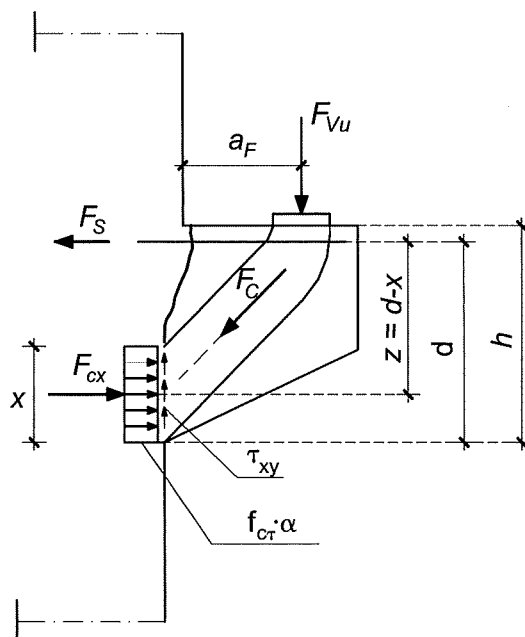


Fig. 15. Modelo de fallo de la ménsula de hormigón armado [28]

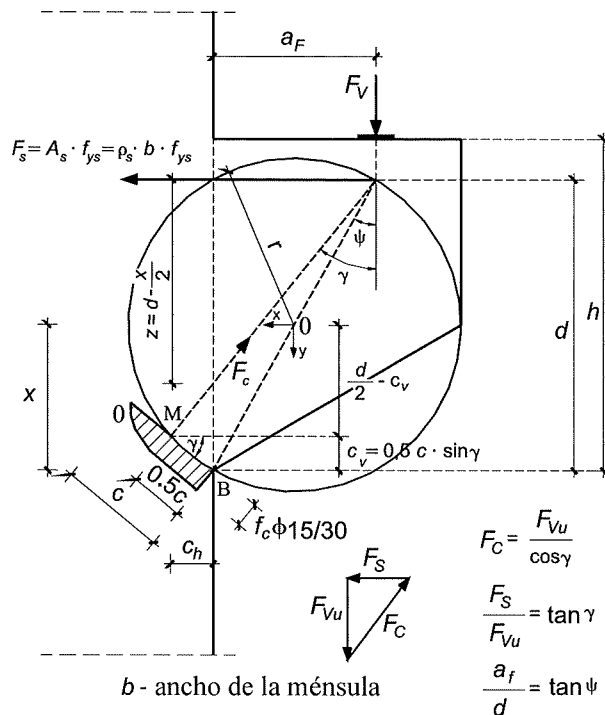


Fig. 16. Esquema de determinación del ángulo γ (de inclinación F_c con el eje vertical)

Asimismo, la resistencia f_{cr} determinada con ayuda del círculo de Mohr puede ser enunciada con la siguiente fórmula:

$$f_{cr} = \frac{\left(1 + \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right) \cdot f_c}{\left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right)^2 + 4 \left(\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x}\right)^2} \quad (6)$$

Para determinar el valor de f_{cr} , se debe calcular el ángulo γ , en el que la resultante de las tensiones de compresión está inclinada respecto al eje vertical, según el modo de fallo— Fig. 15. Tal y como se explica en [11], sirven los condicionantes geométricos del círculo de Tales, circunscrito en la ménsula corta, como se muestra en la Fig. 16.

$$\tan \gamma = \frac{\frac{\rho_s}{\alpha} \cdot \frac{f_{ys}}{f_c}}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi - \left(1 - \frac{\rho_s}{\alpha} \cdot \frac{f_{ys}}{f_c}\right) - \tan \psi}} \quad (7)$$

donde: $\tan \psi = a_f/d$,

$$\rho_s = A_s/b \times d,$$

$\alpha = 0,9$ – factor de conversión del diagrama curvilíneo de tensiones en la sección c para el diagrama rectangular (Fig. 16).

Habiendo calculado $\tan \gamma$ por medio de la fórmula (7), podemos calcular la resistencia reducida f_{cr} con la siguiente fórmula :

$$f_{cr} = \left[\frac{1 + \left(\frac{1}{\tan \gamma}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{1}{\tan \gamma}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{1}{\tan \gamma}\right)^2} \right] \cdot f_c = K \cdot f_c \quad (8)$$

Having calculated f_{cr} , the failure ultimate moment can be calculated by means of a force application scheme for F_{cx} in arm z – Fig.15.

$$M_u = \alpha \cdot f_{cr} \cdot b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right), \quad (9)$$

whereas the failure ultimate force can be obtained from ; thus

$$F_{Vu}^{cal} = \frac{M_u}{a_F} \quad (10)$$

The model in question was verified against the results of experimental Kriz and Raths tests [20] for corbels at $a_F l d > 0.2$ ratio, excluding corbels with what is called secondary failure mode (e.g. due to the damage of the corbel end or crushing of concrete under the bearing plate), and against Mattock's and other tests [24]. The ratio of experimental breaking force to the calculated one was (for 56 corbels) 1.13; at standard deviation of 0.191 and coefficient of variation 0.168 – Fig. 17.

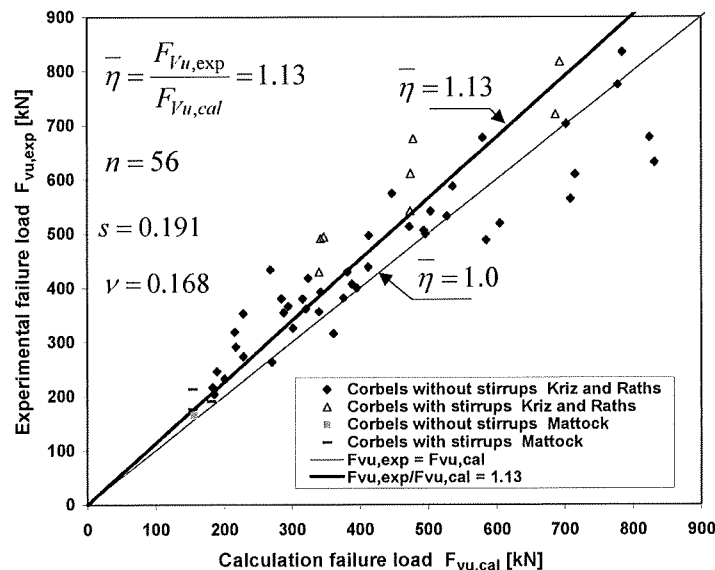


Fig. 17. Verification of Nagrodzka-Godycka model against Kriz and Raths [20] and Mattock [24] tests results

According to EN 1990 [39] the design resistance R_d is expressed as

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R(X_d) \quad (11)$$

where

$$f_{cr} = \left[\frac{1 + \left(\frac{1}{\tan\gamma}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{1}{\tan\gamma}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{1}{\tan\gamma}\right)^2} \right] \cdot f_c = K \cdot f_c \quad (8)$$

Una vez calculado f_{cr} , el momento en estado límite último puede ser calculado por medio de un esquema de aplicación de fuerza para F_{cx} de brazo z – Fig.15.

$$M_u = \alpha \cdot f_{cr} \cdot b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right), \quad (9)$$

mientras que la fuerza en estado límite último puede ser deducida de ; esto es:

$$F_{Vu}^{cal} = \frac{M_u}{a_F} \quad (10)$$

El modelo en cuestión fue contrastado con los resultados experimentales de los ensayos de Kriz y Raths [20] sobre ménsulas cortas con una relación $a_F/d > 0,2$, excluyendo aquellas ménsulas cortas que colapsaron en el llamado modo secundario de fallo (p.ej. debido al daño en el extremo de la ménsula o a la superación de la resistencia a compresión del hormigón bajo la plancha del apoyo), y los resultados de los ensayos de Mattock y otros [24]. La relación entre la carga última experimental y la calculada fue (para 56 ménsulas cortas) de 1,13; con una desviación estándar de 0,191 y un coeficiente de variación de 0,168 – Fig. 17.

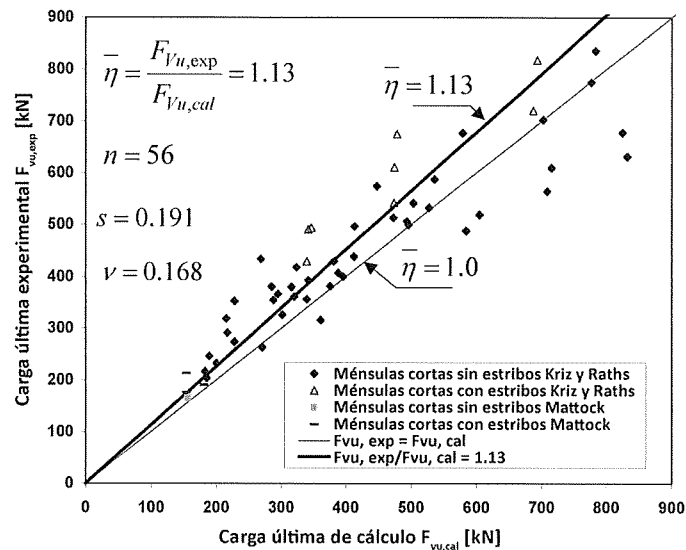


Fig. 17. Verificación del modelo de Nagrodzka-Godycka frente a los resultados de los ensayos de Kriz y Raths [20] y Mattock [24]

De acuerdo con la EN 1990 [39] la capacidad resistente de diseño R_d se expresa como

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R(X_d) \quad (11)$$

donde

γ_{Rd} is a partial factor covering uncertainty in resistance model,

X_d is the design value of material property, as a rule – of the material strength – f_d .

While experimental verification, of the theoretically developed formula $R(f_d)$ the design value f_d gets replaced by experimentally defined mean value f_{exp} – what transforms $R(f_d)$ into $R(f_{exp})$ and the place of R_d in formula (11) is taken by the mean value of test results – $R_{exp,mean}$. The verification result may be considered – following formula (11) – as positive, if the ratio $R_{exp,mean}$ to $R(f_{exp,mean})$ was not greater than a defined γ_{Rd} value.

Lewicki suggests [22] to define γ_{Rd} as ratio of 5% fractiles of statistical distribution of material strength f_{exp} and of test results R_{exp} . For practical application this ratio may be reduced to

$$\gamma_{Rd} = \frac{1 - 1.64v_m}{1 - 1.64v_R} = \frac{\eta_m}{\eta_R} \quad (12)$$

where

v_m and v_R – respectively – coefficient of variation of material strength and of test results.

Assuming in lack of precise data (when test results are coming from different researchers) for concrete strength $v_m = 0.12$ - what leads to $\eta_m = 0.80$ - one gets for $v = v_R = 0.168$, as shown in Fig. 17

$$\gamma_{Rd} = \frac{0,80}{1 - 1.64 \cdot 0.168} = 1.10 < \bar{\eta} = 1.13$$

Derived γ_{Rd} value, lower than the ratio $\bar{\eta}$, allows to recognize author's formulas [28] as correct ones and fully applicable for structural design.

Among the worldwide popular works devoted to corbels the work of Schlaich [48] deserves attention, who in a generally characterized description of reinforced concrete structures includes corbels in what he calls the 'D' zone (germ. *Diskontinuität*, eng. *disturbance*). This zone is characterised by irregular shape and course of the trajectories due to the concentrated force presents in the zone. As regards corbels, some well-defined reinforcement designing concepts exist. Whereas, as to designing of the concrete section, only an incomplete empirical knowledge is on hand. The concrete strut mentally separated from the continuum of the corbel is found in the stress field, which can be perceived as flat or three-dimensional. The geometry of the compressed field is determined by the width of application sections of forces a_1 and a_2 (Fig. 18).

In turn, the forces application sections (a_1 and a_2) and their mutual position influence the effective width b_{eff} of the central area (Fig. 18).

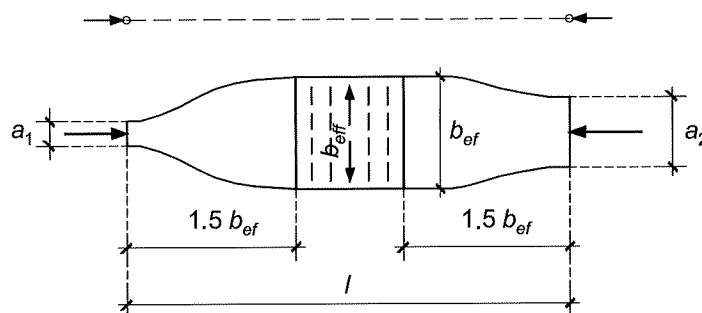


Fig. 18. Compressive stresses field depending on a_1 and a_2

γ_{Rd} es un factor parcial que cubre la incertidumbre del modelo resistente,

X_d es el valor de diseño de las propiedades del material, generalmente – de la resistencia del material – f_d .

Al verificar los resultados experimentales, el valor de diseño f_d puede ser sustituido de la fórmula desarrollada teóricamente $R(f_d)$ por el valor característico f_{exp} – lo que transforma $R(f_d)$ en $R(f_{exp})$ y el lugar de R_d en la fórmula (11) es tomado por el valor característico de los resultados del ensayo – $R_{exp,mean}$. El resultado de la contrastación de la fórmula (11) puede ser considerado adecuado, si la relación $R_{exp,mean}$ con $R(f_{exp,mean})$ no es más grande que el valor definido γ_{Rd} .

Lewicki plantea definir γ_{Rd} como la relación del 5% de fractiles de la distribución estadística de la resistencia del material f_{exp} y de los resultados del ensayo R_{exp} . Para la aplicación práctica de esta relación puede ser reducido a

$$\gamma_{Rd} = \frac{1 - 1,64v_m}{1 - 1,64v_R} = \frac{\eta_m}{\eta_R} \quad (12)$$

donde

v_m y v_R – respectivamente – son los coeficientes de variación de la resistencia de material y los resultados de ensayo.

Considerando la escasez de datos precisos (cuando los resultados de los ensayos vienen de distintas fuentes de investigadores) para la resistencia del hormigón $v_m = 0,12$ - lo que conduce a $\eta_m = 0,80$ - llegamos a $v = v_R = 0,168$, como se muestra en Fig.17

$$\gamma_{Rd} = \frac{0,80}{1 - 1,64 \cdot 0,168} = 1,10 < \bar{\eta} = 1,13$$

Obtenido el valor de γ_{Rd} , más bajo que la relación $\bar{\eta}$, se puede reconocer que las fórmulas de la autora [28] son correctas y totalmente aplicables para el diseño estructural.

De entre las investigaciones más populares en el mundo sobre ménsulas cortas, merece una atención especial el trabajo de Schlaich [48], quien en una descripción generalizada de las estructuras de hormigón armado caracterizó a las ménsulas cortas en lo que él llamó región 'D' (germ. *Diskontinuität*, ing. *disturbance*). Esta zona se caracteriza por presentar una forma y dirección irregular en las trayectorias debido a las cargas puntuales existentes en dicha zona. En referencia a las ménsulas cortas, existen planteamientos de diseño bastante bien definidos sobre como disponer la armadura. Sin embargo, existe un conocimiento empírico escaso para diseñar estas secciones de hormigón. La biela de hormigón idealmente separada del resto del hormigón se sitúa en un campo de tensiones, el cual puede ser percibido como plano o tridimensional. La geometría del campo de compresiones se determina por el ancho de las secciones de aplicación de las fuerzas a_1 y a_2 (Fig. 18).

De este modo, las secciones de aplicación de las fuerzas (a_1 y a_2) y su posición relativa influyen en el ancho efectivo b_{eff} del área central (Fig. 18).

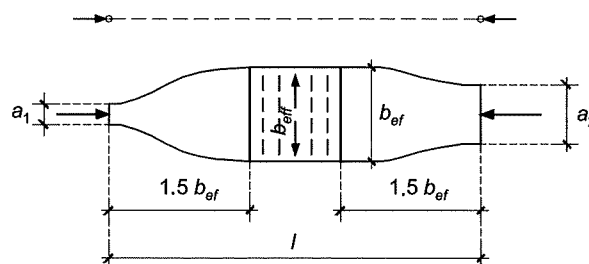


Fig. 18. Campo de tensiones de compresión dependiente de a_1 y a_2

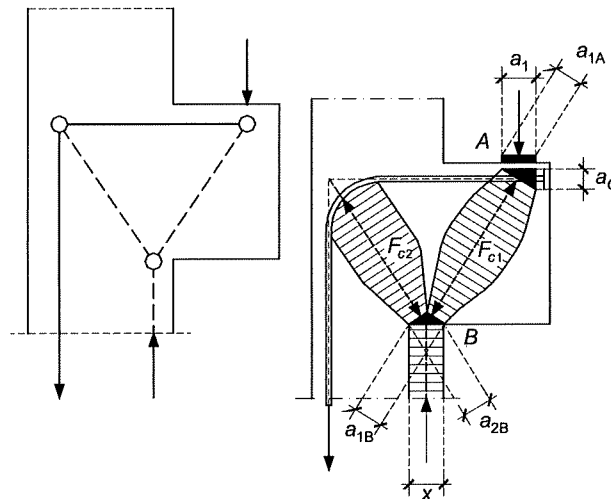


Fig. 19. Compressive stress fields in column corbel

The equivalent corbel truss model, based on a stress field that relates to the run of trajectories of the principal stresses, has been shown in Fig. 19. The width of compressed fields at the column bottom results from the width of compression zone, whereas at the top – from the width of the bearing plate.

Schlaich and Schäfer in their designing guidelines listed in Beton Kalender 1984 [49] suggest that an out-of-parallel cluster of principal stresses in the truss compression struts, mentally separated from the continuum of corbel concrete, should be perceived in connection with the scheme – Fig. 20.

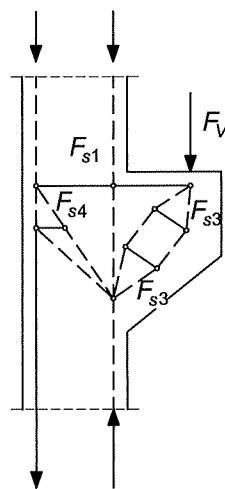


Fig. 20. Scheme of forces in column corbel by Schlaich [49]

The corbel calculation scheme presented in Fig. 20 also accounts for direct neighbourhood of the column. Kriz and Rath [20] in their research performed comparative test series, where for some elements, apart from the corbel, the load was also applied to the column, which led them to claim that the column load had no influence on the load carrying capacity of the corbel. Similar tests, where load was not applied to the corbel exclusively, but also to the column, were performed in Poland by Czkwianianc [5], who recorded mutual interaction of the corbel and the column, especially when a single corbel was subject to asymmetrical load. The influence of loaded corbels on the column state of effort was analysed by Eibl and Zeller [6] through measurements of column reinforcement strain in the direct neighbourhood of the corbel. The results of the tests of a bar situated at the column edge and at 31 cm from the edge have been shown in Fig. 21a and b. The Figures show that the extreme column bars are under maximum tension at the level of the tie corbel edge, and the tension does not fade away

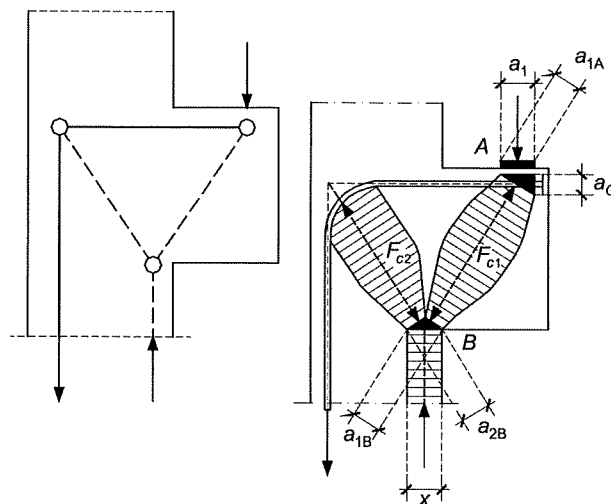


Fig. 19. Campos de tensiones de compresión en una ménsula de un pilar

El modelo de celosía equivalente de la ménsula corta, basada en un campo de tensiones que está relacionado con las direcciones de las tensiones principales, se ha mostrado en Fig. 19. El ancho de los campos comprimidos en el extremo inferior del pilar depende del ancho de la zona comprimida, mientras que en el extremo superior – del ancho de la plancha de apoyo.

Schlaich and Schäfer en sus recomendaciones de diseño expuestas en Beton Kalender 1984 [49], sugieren que un grupo de tensiones principales no paralelas en las bielas de la celosía, separadas idealmente de la continuidad de la ménsula de hormigón armado, deben ser concebidas en conexión con el esquema de la Figura 20.

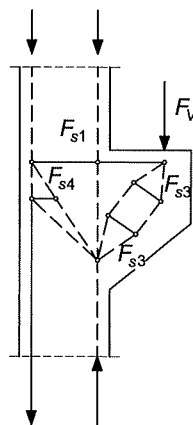


Fig. 20. Esquema de fuerzas en la ménsula del pilar por Schlaich [49]

El esquema de cálculo de la ménsula corta presentado en Fig. 20 también se tiene en cuenta para las proximidades del pilar. Kriz y Raths [20], en su investigación realizada sobre unas series de ensayos comparativos donde, para algunos elementos aparte de las ménsulas cortas, la carga fue aplicada en el pilar, les condujo a afirmar que la carga del pilar no tiene influencia alguna en la capacidad resistente de la ménsula corta. Ensayos similares, donde la carga no fue aplicada a la ménsula corta exclusivamente, sino también sobre el pilar, se realizaron en Polonia por Czkwianianc [5], el cual describió la interacción mutua entre la ménsula corta y el pilar, especialmente cuando una única ménsula corta fue sometida a una carga asimétrica. La influencia de las ménsulas cargadas sobre los esfuerzos del pilar, fue analizada por Eibl and Zeller [6] a través de mediciones de las deformaciones de la armadura del pilar en las proximidades directas de la ménsula corta. Los resultados de los ensayos de la barra situada en el extremo del pilar y a 31 cm del borde se muestran en la Fig. 21a y b. Las figuras muestran que las barras del borde del pilar están bajo tensión máxima al nivel del borde traccionado de la ménsula, y la tensión no se desvanece hasta

until ca. $\frac{1}{3}$ of the corbel depth (Fig. 21a), whereas in bars situated at a greater depth the tension is smaller and applies only to the bar part above the upper corbel edge under tension (Fig. 21b).

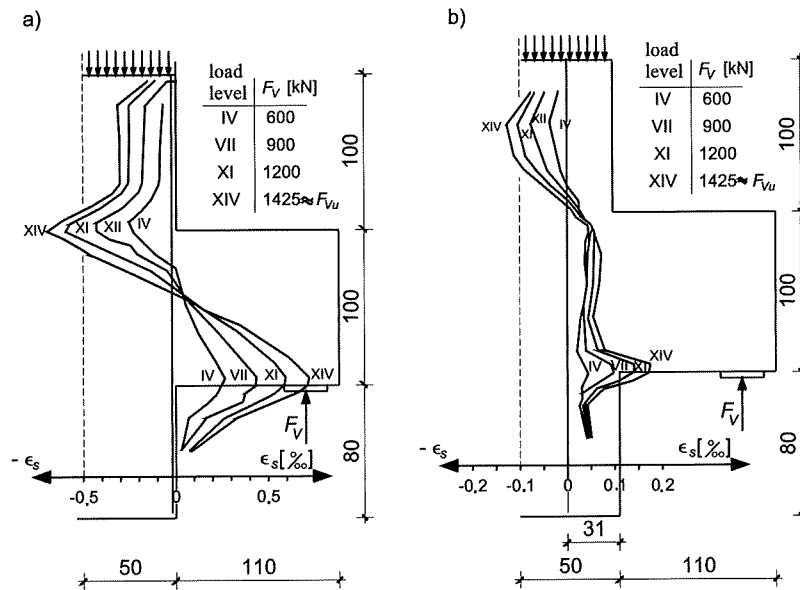


Fig. 21. Influence of corbel load (No. 2) on bar strain: at column edge, b) central [6]

The above shows that corbel design does not end with checking the state of effort and structuring the reinforcement in the corbel only, but one should additionally account for the interference from its neighbouring column areas, which require separate analysis of stresses, and above all – a properly shaped reinforcement. In the 'D' area of disturbance, occurring in the frame column where corbel subject to concentrated force is situated, when designing and shaping the reinforcement of that column area, one can use the truss models shown in Fig. 22.

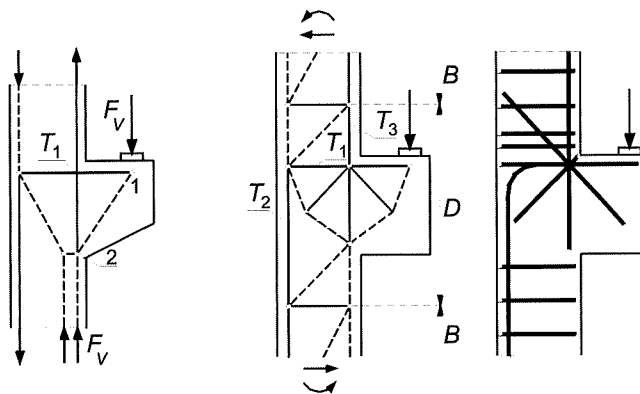


Fig. 22. Calculation models and reinforcement of „D” at the column's interface with the corbel

At the second part of tests Eibl and Zeller [7] analysed two double corbels of shear span-effective depth ratio equal to 0.5 (element K1–K2) and 1.0 (element K3–K4) with different stirrups for the left and for the right arm (vertical and horizontal stirrups).

In conclusion to the accomplished tests, Eibl and Zeller claimed that a simplified double truss scheme was unable to describe the corbel effort as regards inclined splitting crack. Whereas this purpose is much better served by the model presented in Fig. 23a, which in turn can be replaced by the simplified model in Fig. 23b.

aproximadamente un tercio del canto de la ménsula corta (Fig. 21a), mientras que en las barras situadas a una mayor distancia la tensión es más pequeña y actúa sólo en una parte de la barra por encima del borde superior de la ménsula corta (Fig. 21b).

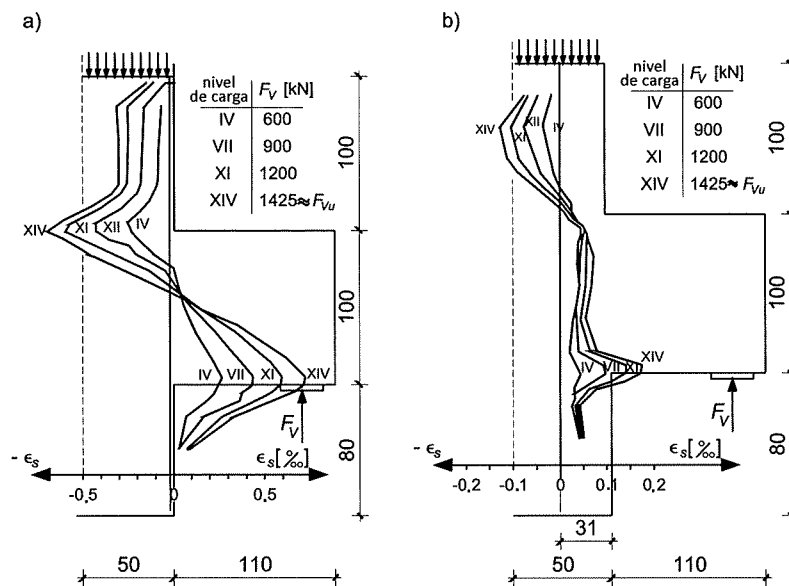


Fig. 21. Influencia de la carga en la ménsula (No. 2) en la deformación de las barras:
a) en el borde del pilar, b) en la fibra central [6]

Las figuras anteriores muestran que el diseño de la ménsula corta no termina con la comprobación del estado de esfuerzos y la disposición de la armadura en la ménsula corta únicamente, ya que adicionalmente deberíamos tener en cuenta su interferencia con las zonas del pilar cercanas, las cuales requieren un análisis separado de tensiones, y sobre todo – una adecuada disposición de la armadura. En la región 'D', situada en la zona del pilar donde la ménsula está sometida a cargas puntuales, para el diseño y la disposición de la armadura de esta zona del pilar, podemos usar los modelos de celosía mostrados en la Fig. 22.

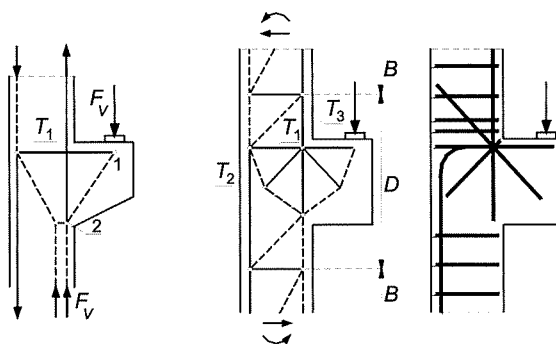


Fig. 22. Modelos de cálculo y armadura de 'D' en la interface del pilar con la ménsula

En la segunda parte de los ensayos, Eibl y Zeller [7] analizaron las ménsulas cortas dobles con relación de luz de cortante frente al canto efectivo igual a 0,5 (elemento K1-K2) y 1,0 (elemento K3-K4) con diferentes estribos para el brazo izquierdo y para el brazo derecho (estribos verticales y horizontales).

Como conclusión de los ensayos llevados a cabo, Eibl y Zeller afirmaron que un esquema simplificado de celosía doble era incapaz de describir los esfuerzos de la ménsula considerando las fisuras inclinadas. Sin embargo, este objetivo está mucho mejor logrado con el modelo presentado en Fig. 23a, el cual puede ser reemplazado por el modelo simplificado de Fig. 23b.

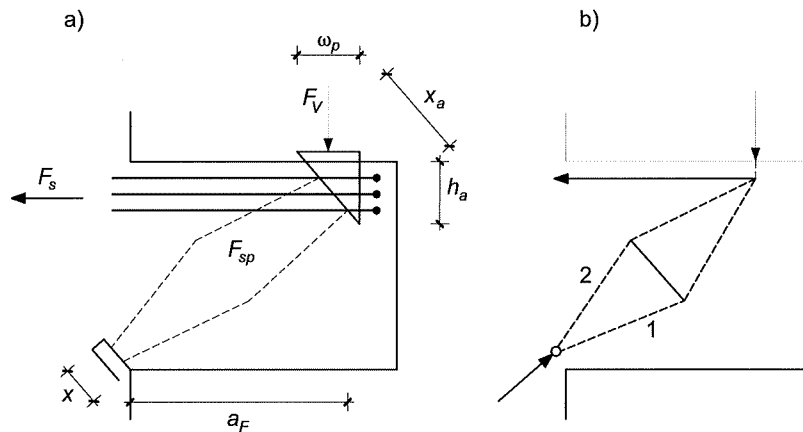


Fig. 23. Corbel model after an inclined splitting crack has occurred according to [7]: a) real, b) simplified

Based on experimental tests the authors of [7] decided that the splitting force F_{sp} does not increase proportionally to the increase of force F_s in the main reinforcement. Figure 24 shows that in corbels of average and large arm force F_s is greater than F_{sp} . Not until $a_F/d < 0.3$ is the splitting force F_{sp} greater than F_s .

If stirrup reinforcement deflects towards F_{sp} (Fig. 25), horizontal or vertical stirrups will have to support forces F_{sh} or F_{sv} greater than the splitting force F_{sp} (Fig. 25). Forces in vertical stirrups will be smaller than in horizontal ones if the inclination of compression strut is smaller than 45° . Deflecting stirrup direction from the direction of principal tensile stresses increases both the effort of stirrups and of concrete.

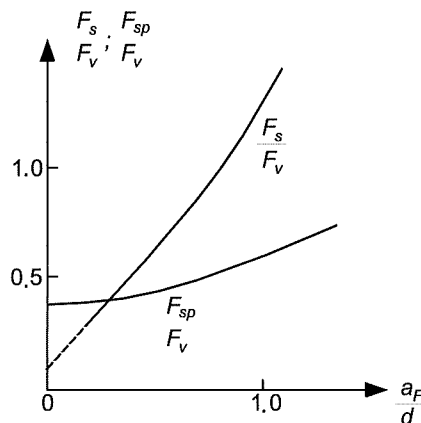


Fig. 24. Forces in the main reinforcement F_s/F_v and splitting F_{sp}/F_v depending on the shear span-effective depth ratio a_F/d [7]

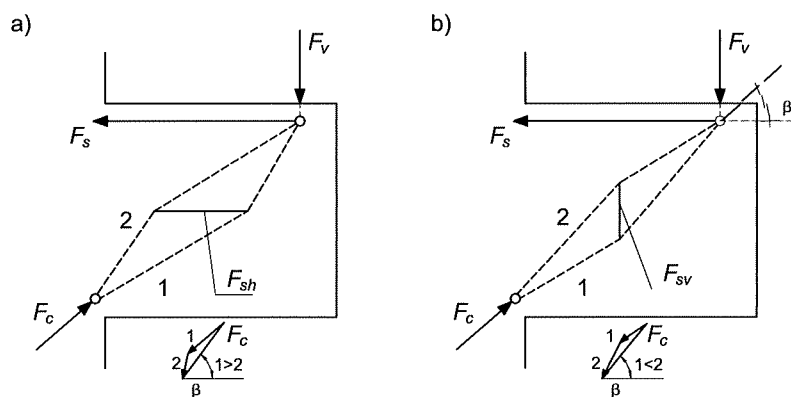


Fig. 25. Truss model of corbel with a) horizontal, b) vertical stirrups

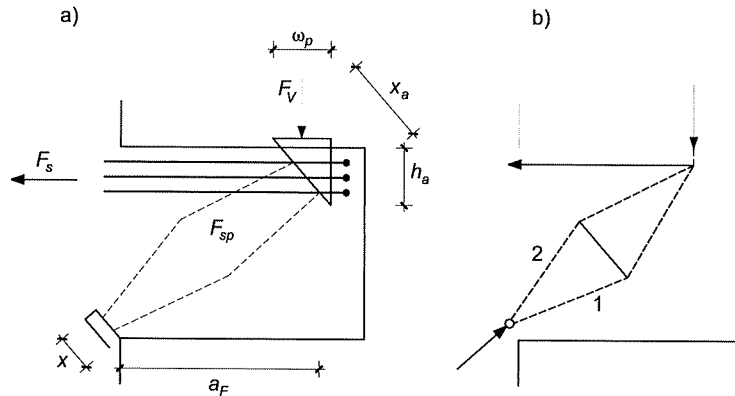


Fig. 23. Modelo de la ménsula después de que se haya producido la fisuración inclinada según [7]: a) real, b) simplificado

Basándose en los ensayos experimentales, los autores de [7] concluyeron en que la fuerza de fisuración F_{sp} no crece proporcionalmente al incremento de fuerza F_s en la armadura principal. La Figura 24 muestra que en las ménsulas cortas de brazo medio y grande, la fuerza F_s es mayor que F_{sp} (Fig. 25). Hasta que $a_F/d < 0,3$, la fuerza de fisuración F_{sp} será mayor que F_s .

Si la armadura de los estribos se desvía de F_{sp} (Fig. 25), los estribos horizontales o verticales tendrán que soportar cargas F_{sh} o F_{sv} mayores que la fuerza de fisuración F_{sp} (Fig. 25). Las fuerzas en los estribos verticales serán más pequeñas que en los horizontales si la inclinación de la biela de compresión es menor que 45° . La dirección de desvío de los estribos respecto a la dirección de las tensiones principales incrementa igualmente el esfuerzo en los estribos y en el hormigón.

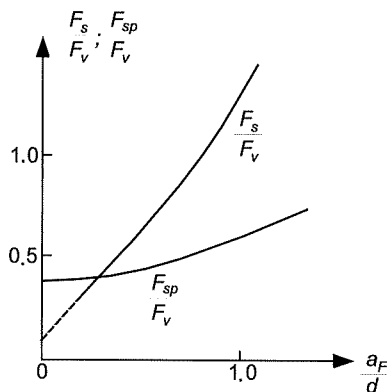


Fig. 24. Fuerzas en la armadura principal F_s/F_v y las de fisuración F_{sp}/F_v dependientes de la relación entre la luz de cortante y el canto efectivo a_F/d [7]

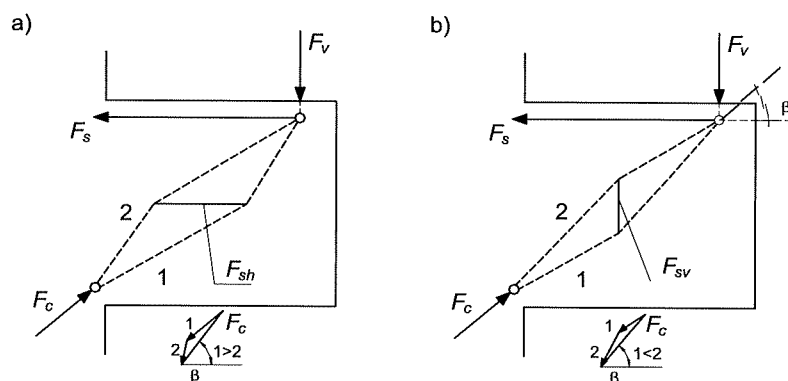


Fig. 25. Modelo de celosía de una ménsula con estribos a) horizontales, b) verticales

Figure 26 shows the ratio of horizontal stirrup forces F_{sh} and vertical stirrup F_{sv} to the force applied to corbel F_v depending on a_F/d . This shows that in shorter corbels horizontal stirrups are more tense, and at ratio $a_F/d \geq 0.8$ vertical stirrups.

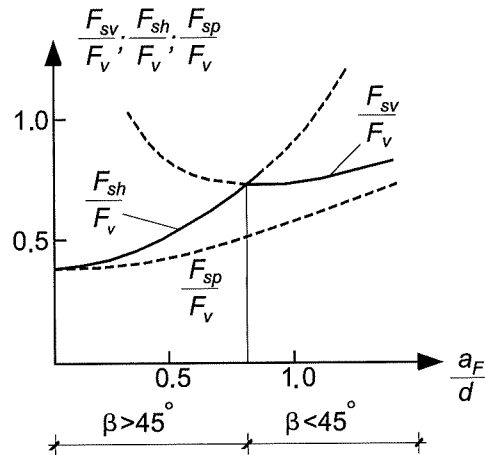


Fig. 26. The course of forces in vertical and horizontal stirrups and of splitting force against the force load at the corbel versus a_F/d [7]

The research completed by Foster, Powell and Selim [9] of 30 symmetrical corbels of shear span-effective depth ratio from the corbel from 1.0 to 0.3 allowed them to claim that corbel's load carrying capacity can be estimated by means of the so-called *Plastic Truss Model* by McGregor and Rogowsky [43], [44] – Fig. 27.

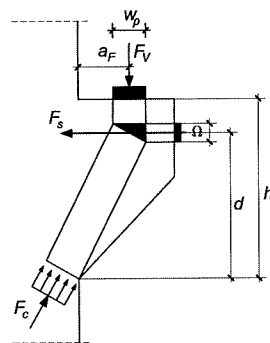


Fig. 27. Plastic Truss Model [43], [44]

The authors of [9], referring to the so-called truss model version by Rogowsky–McGregor – Fig. 27, calculate analytical failure force according to the compression of concrete strut from the following formula:

$$F_{Vu} = f_c^* \cdot b \cdot w_p \quad (13)$$

where: w_p – bearing plate width,

b – corbel width,

$f_c^* = \beta \cdot f_c$ is a reduced concrete strength against the uniaxial one, due to the multiaxial state of stress.

Some researchers adopt the efficiency factor β after Nielsen [34], whereas others, including the authors of the work discussed here [9], along with Foster and Gilbert [8], suggest that for corbels, the dependency offered by Warwick and Foster [53] should be adopted, which accounts for the influence of the a_F/d ratio.

La Figura 26 muestra la relación entre las fuerzas en los estribos horizontales F_{sh} y los estribos verticales F_{sv} frente a la fuerza aplicada F_v sobre la ménsula dependiente de a_F/d . Esto muestra que en las ménsulas más cortas, los estribos horizontales tienen más tensión, y con relaciones de $a_F/d \geq 0,8$, serán los estribos verticales los que tengan más tensión.

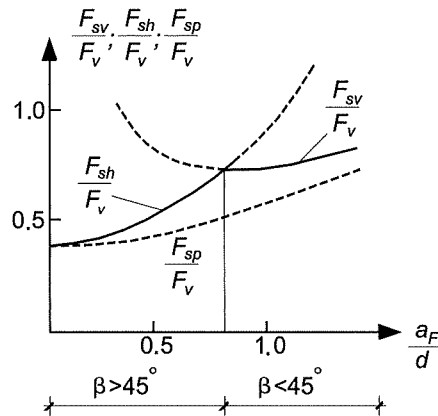


Fig. 26. Trayectoria de las fuerzas en los estribos verticales y horizontales y de la fuerza de fisuración frente a la carga aplicada versus a_F/d [7]

La investigación completada por Foster, Powell and Selim [9] sobre 30 ménsulas cortas simétricas de relación de luz a cortante y canto efectivo de 1,0 a 0,3 les permitió afirmar que la capacidad resistente de la ménsula corta puede ser estimada mediante el llamado *Modelo Plástico de Celosía* de McGregor and Rogowsky [43], [44] – Fig. 27.

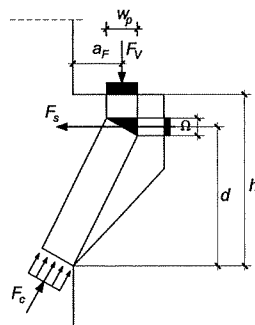


Fig. 27. Modelo Plástico de Celosía [43], [44]

Los autores de [9], refiriéndose a la versión del conocido modelo de celosía de Rogowsky – McGregor – Fig. 27, calcularon la carga última de diseño según la compresión de la biela de hormigón de la siguiente fórmula:

$$F_{Vu} = f_c^* \cdot b \cdot w_p \quad (13)$$

donde: w_p – ancho de la plancha de apoyo,

b – ancho de la ménsula,

$f_c^* = \beta \cdot f_c$ es una resistencia reducida del hormigón frente a la uniaxial, debida al estado multiaxial de tensiones.

Algunos investigadores adoptan el factor de eficiencia β después de Nielsen [34], mientras que otros, incluyendo los autores del trabajo aquí discutido [9], de acuerdo con Foster y Gilbert [8], propusieron que, para las ménsulas cortas, la dependencia propuesta por Warwick y Foster [53] debería ser adoptada, ya que tiene en cuenta la influencia de la relación a_F/d .

$$\beta = 1.25 - \frac{f_c}{500} - 0.72 \frac{a_F}{d} + 0.18 \left(\frac{a_F}{d} \right)^2 \leq 0.85 \quad \text{for } \frac{a_F}{d} < 2 \quad (14)$$

and for

$$\text{for } \frac{a_F}{d} \geq 2 \quad \beta = 0.53 - \frac{f_c}{500} \quad (15)$$

where f_c in MPa.

The analysis of the tests results allowed the authors of [9] to conclude that the calculated shearing load capacity derived using Plastic Truss Model by means of efficiency factor by Warwick-Foster (formula 14) allows to obtain results that are close to the experimental ones for corbels with stirrups (average value of $F_{Vu}^{cal} / F_{Vu}^{exp} = 0.86$ at standard deviation equal to 0.1). Whereas the use of the plastic truss model with β by Nielsen leads, similarly to ACI-318 with the limitation $0.2 f_c \leq 5.5$ MPa, to significant underrating of the calculated value of failure forces.

As regards the morphology of cracks, the authors of [9] stated that corbels made of high strength concrete perform similarly to those from ordinary concrete. This has also been confirmed by the results of tests by Yong and Balaguru [55]. For example, bending cracking force is reduced as a_F/d relation rises. As in the case of corbels from average strength concrete, the so-called secondary reinforcement (horizontal stirrups) limits cracking and reduces deformability (improves the so called *ductility*). Many authors of tests during the last years have underlined the necessity to increase, as compared to Niedenhoff suggestions, the number of stirrups in the corbel. Their influence allows to limit the width of the cracks, and additionally to eliminate the risk of non-signalled failure.

The experimental tests of corbels of different shear span-effective depth ratio, including ratio below $a_F/h \leq 0.3$, carried out among others by Kriz and Rathes [20], Robinson [45], [46], Reich [42] and in works by Nagrodzka-Godycka [30], [31] show that the crack pattern and failure mode of very short corbels differ from corbels of larger arm. In the case of extremely short corbels the inclination angle of inclined cracks ranges between 65° and 70° (for large arm the angle range is usually from 45° to 50°) and even additional external prestressing bars change nothing in this respect [14], [29], [30].

It needs to be stressed here that technical literature does not clearly specify the value of shear span-effective depth ratio that defines the so-called extremely short corbel. There has been relatively little research of extremely short corbels of $a_F/d \leq 0.3$. In works by Robinson [45], [46] or Kriz and Rathes [20] the extremely short corbels include those whose arm a_F against their operational depth d meets condition $a_F/d \leq 0.2$. The work by Reich [42] that refers to corbel tests by means of small scale models says that extremely short corbels, which require different approach, should include those that fulfil condition $a_F/d \leq 0.3$, similar conclusion can be drawn from works by Nagrodzka-Godycka [30], [31] carried out for full scale corbels. The latest version of the EC2 European standard [38] limits the use of strut and tie model for cases where tangent of inclination angle of compression concrete strut does not exceed 2.5. No such limitations can be found in Polish standards PN 84 [34] and PN 99 [35].

Inclined cracks in extremely short corbels frequently intersect the interface between the corbel and the column, whereas these cracks are less open compared to inclined cracks in corbels of larger arm. The breaking of such corbels results from shear failure, known as shearing off, and as regards the interface between the corbel and the column, as indicated by Robinson, the (horizontal) reinforcement distribution over the whole depth of the corbel is also an important issue. The diameter and number of stirrups gains in importance as the arm of a corbel becomes smaller.

The morphology of cracks justifies therefore the assumption that during the failure phase the inclined cracks separate angle struts, inclined against the level at a right angle over the whole height of the corbel – in tests by Nagrodzka-Godycka the angle was ca. 62° . This means that adequate load carrying capacity of a corbel is guaranteed by reinforcement that incorporates into the column the inclined compressed concrete struts separated by inclined cracks – Fig. 28, where the importance of the main reinforcement concentrated at the upper edge is smaller.

$$\beta = 1,25 - \frac{f_c}{500} - 0,72 \frac{a_F}{d} + 0,18 \left(\frac{a_F}{d} \right)^2 \leq 0,85 \text{ para } \frac{a_F}{d} < 2 \quad (14)$$

y para

$$\frac{a_F}{d} \geq 2 \quad \beta = 0,53 - \frac{f_c}{500} \quad (15)$$

donde f_c in MPa.

El análisis de los resultados de los ensayos permitieron a los autores de [9] concluir que la capacidad de resistencia a cortante calculada usando el Modelo Plástico de Celosía por medio del factor de eficiencia de Warwick –Foster (fórmula 14) permite obtener resultados que están próximos a los experimentales para ménsulas cortas con estribos (valor medio de $F_{Vu}^{cal}/F_{Vu}^{exp} = 0,86$ con una desviación estándar igual a 0,1). Mientras que el uso del modelo plástico de celosía con el factor β de Nielsen conduce, de modo similar a la ACI-318 con la limitación $0,2 f_c \leq 5,5$ MPa, a una estimación que está ligeramente por debajo del valor calculado de las fuerzas últimas.

Considerando el esquema de fisuración, los autores de [9] declararon que las ménsulas de hormigón de alta resistencia se comportan de modo semejante a aquellas que se fabrican con hormigones normales. Esto ha sido también confirmado por los resultados de los ensayos de Yong y Balaguru [55]. Por ejemplo, la fuerza que produce el momento de fisuración se reduce mientras que la relación a_F/d aumenta. Como en el caso de ménsulas cortas con resistencias de hormigón normales, la llamada armadura secundaria (estribos horizontales) limita la fisuración y reduce la deformabilidad (mejora la ductilidad). Muchos autores de ensayos durante los últimos años han subrayado la necesidad de aumentar, tal y como sugirió Niedenhoff, el número de estribos en la ménsula corta. Su influencia permite limitar el ancho de las fisuras, y adicionalmente eliminar el riesgo de un fallo inesperado.

Los ensayos experimentales de las ménsulas cortas con diferente relación de luz a cortante frente a canto efectivo, incluyendo relaciones por debajo de $a/d < 0,3$, llevados a cabo entre Kriz y Raths [20], Robinson [45], [46], Reich [42] y en trabajos de Nagrodzka-Godycka [30], [31] muestran que el tipo de fisuración y el modo de fallo de ménsulas muy cortas difieren de ménsulas con brazo más largo. En el caso de ménsulas extremadamente cortas, el ángulo de inclinación de las fisuras inclinadas se encuentra entre 65° y 70° (para brazos grandes el rango de ángulos es usualmente de 45° a 50°) e incluso la existencia de barras adicionales de pretensado externo no producen cambio alguno respecto a esto [14], [29], [30].

Aquí se necesita hacer hincapié en que la literatura no especifica claramente el valor de la relación luz a cortante -canto efectivo para las ménsulas conocidas como extremadamente cortas. Ha habido una investigación escasa de ménsulas extremadamente cortas de $a_F/d \leq 0,3$. En los trabajos de Robinson [45], [46] o Kriz y Raths [20] las ménsulas extremadamente cortas incluyen aquellas cuyo brazo a_F frente a su canto efectivo d presentan la condición $a_F/d \leq 0,2$. El trabajo de Reich [42] que se refiere a ensayos de ménsulas por medio de modelos a pequeña escala señala que las ménsulas extremadamente cortas, que necesitan un tratamiento diferente, deberían incluir aquellas que satisfagan la condición $a_F/d \leq 0,3$. Una conclusión similar puede ser extraída de los trabajos de Nagrodzka-Godycka [30], [31] llevados a cabo sobre ménsulas a escala real. La última versión del EC 2 [38] limita el uso del modelo de bielas y tirantes para casos donde la tangente del ángulo de inclinación de la biela de compresión no exceda el valor de 2,5. Dichas limitaciones no se encuentran en la Normas Polacas PN 84 [34] y PN 99 [35].

Las fisuras inclinadas en ménsulas extremadamente cortas frecuentemente intersectan con la interfase entre la ménsula y el pilar, mientras estas fisuras son menos abiertas comparadas con las fisuras inclinadas en ménsulas de brazo mayor. La rotura en dichas ménsulas proviene de un fallo por cortante, conocido como *shearing off*, y teniendo en cuenta la interfase entre la ménsula y el pilar, tal y como fue indicado por Robinson, la distribución de la armadura (horizontal) a lo largo del canto total de la ménsula es también un asunto importante. El diámetro y el número de estribos ganan importancia cuanto más pequeño sea el brazo de la ménsula.

El esquema de fisuración justifica además la asunción de que, durante el colapso, las fisuras inclinadas se separan del ángulo de las bielas, inclinándose, con respecto a la horizontal, un ángulo recto sobre el canto total de la ménsula – en los ensayos de Nagrodzka-Godycka el ángulo fue cercano a 62° . Esto significa que cierta capacidad resistente de la ménsula está garantizada por la armadura que incorpora dentro del pilar las bielas inclinadas de hormigón comprimidas separadas por las fisuras inclinadas – Fig. 28, donde la importancia de la armadura principal concentrada en la fibra superior es más pequeña.

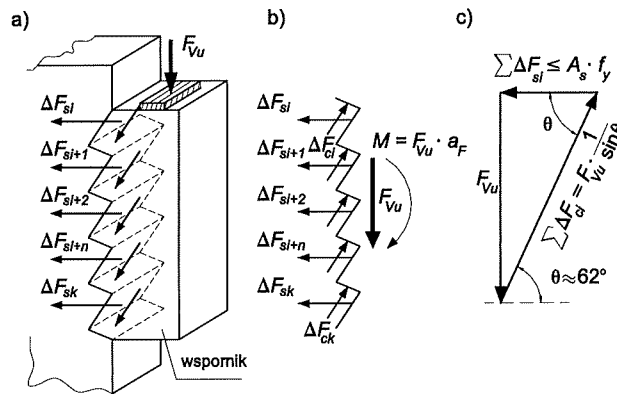


Fig. 28. Failure mode of reinforced concrete corbels of $a_F/d \leq 0.3$ ratio: a) corbel model, b) force distribution at the corbel-column interface, c) substitute calculation scheme of a single truss

As shown by the Nagrodzka-Godycka research, and earlier by Robinson, the most effective are horizontal bars of the main reinforcement with adequate number of horizontal stirrups, distributed uniformly at the depth of the corbel. The necessary amount of reinforcement joining the corbel and the column can be reckoned by means of the force distribution shown in Fig. 28.

When designing the reinforcement with stirrups as shown by the breaking scheme in Fig. 28, one should remember that the limit state of load carrying capacity is restricted not only by the reinforcement but also by the stress of concrete in inclined strut, where due to the cracks, the value of compressive strength is smaller than f_c . The fact that cracking reduces the limit values of strength was underlined by, among others, Vecchio, Collins, Cook and Mitchel [3], [50], [51], [52], along with Hsu and others [1], [60], who suggested the use of adequate reduction factor β , significantly smaller than unity ($\beta \ll 1.0$), when calculating the limit state of stress.

Thus the load carrying capacity of a corbel as regards concrete can be obtained from the following formula:

$$F_{Vu} = f_{c,red} \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (16)$$

where: $f_{c,red} = \beta \cdot f_{c, \theta 15/30}$.

Factor β , known in American literature as the "softening coefficient", can be calculated by means of Zhang and Hsu formula [60]:

$$\beta = \frac{5.8}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_{ct}}} \leq \frac{0.9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_{ct}}} \quad (17)$$

3. STANDARD RECOMMENDATIONS DEALING WITH DESIGN OF CORBELS

The draft of EC2 European Standard in several changing versions and prEC2 [38] as regards corbels refer to Strut and Tie Model. The importance of the Model is limited by tangent value of θ angle – inclination of compressed strut to the level, and requires that condition $1.0 \leq \tan \theta \leq 2.5$ be fulfilled. Figure 30 presents, as shown in [38], an ideological calculation model for a corbel subjected to concentrated forces F_{Ed} and H_{Ed} , applying in the upper edge of the corbel. Corbel geometry and univocal location of the axis of concrete strut (Fig. 29 – points 1 and 2) allow the calculation of the arm of internal forces z , which – if we know the external moment – allows simple definition of force F_s and of the cross-section of the main reinforcement at the upper edge.

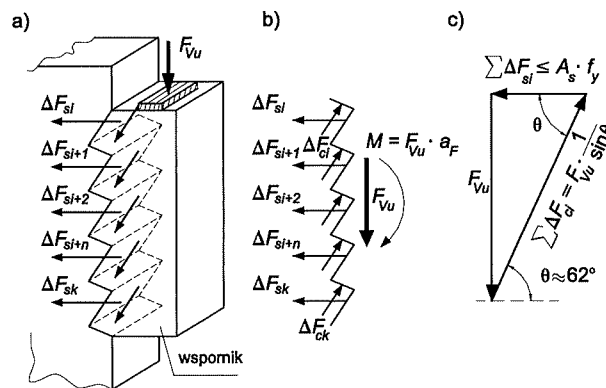


Fig. 28. Modo de fallo de las ménsulas de hormigón armado con una relación de $a_F/d \leq 0,3$: a) modelo de ménsula, b) distribución de fuerzas en la interface pilar – ménsula, c) esquema de cálculo alternativo al esquema de celosía simple

Como muestran las investigaciones de Nagrodzka-Godycka, y anteriormente de Robinson, lo más efectivo son barras horizontales como armadura principal con un adecuado número de estribos horizontales, distribuidos uniformemente a lo largo del canto de la ménsula. La cuantía necesaria de armadura que cose la ménsula y el pilar puede ser reconocida mediante la distribución de fuerzas mostradas en la Fig. 28.

Al diseñar la armadura con estribos tal y como se muestra en el esquema de rotura de la Fig. 28, debemos recordar que la capacidad resistente en estado límite último está restringida no sólo por la armadura sino también por la tensión del hormigón en la biela inclinada, donde debido a las fisuras, el valor de la resistencia a compresión f_c es más pequeña. El hecho de que la fisuración reduce los valores últimos de resistencia fue subrayado, entre otros, por Vecchio, Collins, Cook y Mitchell [3], [50], [51], [52], al igual que Hsu y otros [1], [60], los cuales propusieron el uso de un factor de reducción β , significativamente más pequeño que la unidad ($\beta \ll 1,0$), al calcular el estado límite de tensión.

De esta manera la capacidad resistente de una ménsula debido al hormigón puede ser obtenida de la siguiente fórmula:

$$F_{Vu} = f_{c,red} \cdot b \cdot \text{sen } \theta \cdot \cos \theta \quad (16)$$

donde: $f_{c,red} = \beta \cdot f_{c,\theta 15/30}$.

El factor β , conocido en la bibliografía americana, como 'softening coefficient', puede ser calculado mediante la fórmula de Zhang y Hsu [60]:

$$\beta = \frac{5,8}{\sqrt{f_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_{ct}}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_{ct}}} \quad (17)$$

3. RECOMENDACIONES ESTÁNDAR PARA EL DISEÑO DE MÉNSULAS CORTAS.

El borrador del EC 2 en sus distintas versiones y el pr EC2 [38] en referencia a las ménsulas utilizan el Método de Bielas y Tirantes. La importancia del Modelo está limitada por el valor de la tangente del ángulo θ – inclinación de la biela comprimida con respecto a la horizontal, y requiere que la condición $1,0 \leq \tan \theta \leq 2,5$ sea cumplida. La Figura 30 presenta, tal y como se muestra en [38], un modelo de cálculo ideal para una ménsula sometida a las cargas concentradas F_{Ed} y H_{Ed} , aplicadas en la fibra superior de la ménsula. La geometría de la ménsula y la localización unívoca de los ejes de la biela de hormigón (Fig. 29 – puntos 1 y 2) permiten el cálculo del brazo de las fuerzas internas z , el cual – si sabemos los momentos externos – permite la definición simple de la fuerza F_s y de la sección transversal de la armadura principal del borde superior.

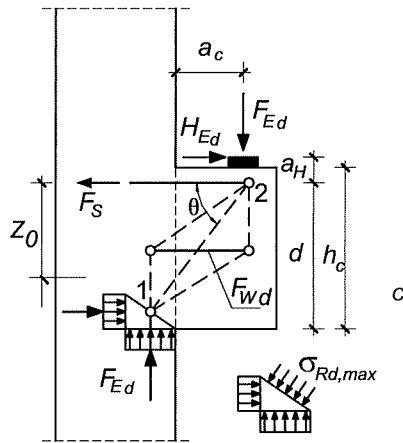


Fig. 29. Strut and tie modelling for calculation of short corbel as in prEC2 [38], notations as in [38]

As regards shaping stirrups prEC2 [38] recommends for short corbels of $a_c/h < 0.5$ ratio horizontal stirrups (Fig. 30a) in number of $k_1 \cdot A_{s,main}$. Whereas for longer stirrups of $a_c > 0.5h$ if $F_{Ed} > V_{Rd,c}$ – except for horizontal stirrups the standard provides vertical stirrups of overall cross sectional area $k_2 \cdot F_{wd}/f_{yd}$ – distributed as in Fig. 30b. The authors of the European standard left values of factors k_1 and k_2 for the standards of the states associated in the EU to decide, recommending the adoption of $k_1 = 0.25$ and $k_2 = 0.5$.

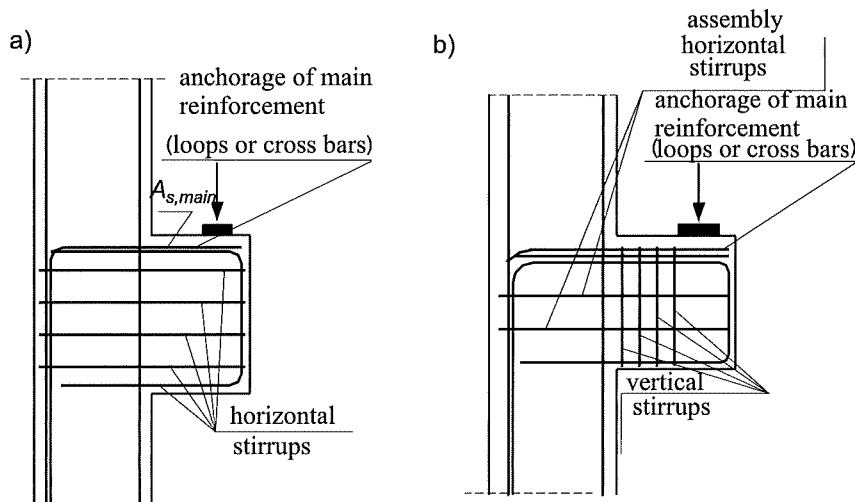


Fig. 30. Corbel reinforcement according to EC2 [38] for: a) $a_c < 0.5h_c$, b) $a_c > 0.5h_c$

None of the hitherto published versions of EC2 standards, most recently subject to a great number of changes, specifies the design methods for the reinforcement of corbels subject to indirect load at depth.

The design concept of corbels adopted in PN 02 accounts for the changes introduced to the final prEC2 version [38]. For dapped-end beams, apart from general truss models, reinforcement-designing formulas have been given. As regards corbels, some items have been formulated with greater precision, within the main guidelines of prEC2 [38] and CEB–FIP Recommendations [2]. They refer to designing formulas, whereas the European standard presents a general model referring to the dependencies in the section on shear.

Due to a different mode of failure, a separate designing procedure has been established for extremely short corbels ($a_c/h \leq 0.3$).

The calculation model for a corbel subjected to force $F_{V,Sd}$ and H_{Sd} adopted in PN 02 [37] has been shown in Fig. 31.

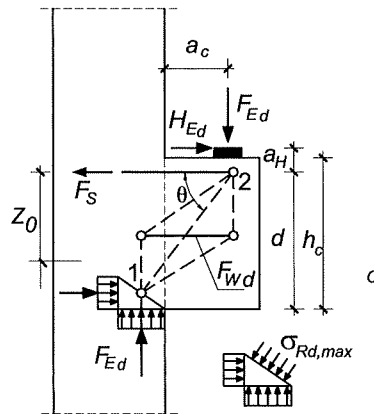


Fig. 29. Modelo de bielas y tirantes para el cálculo de una ménsula corta según el prEC2 [38], notaciones igual que en [38]

Con respecto a la disposición de estribos, pr EC2 [38] recomienda para ménsulas cortas con relación $a_c/h < 0,5$, estribos horizontales (Fig. 30a) en una cantidad de $k_1 \cdot A_{s,main}$. Mientras que para estribos mayores de $a_c > 0,5h$ si $F_{Ed} > V_{Rd,c}$ – excepto para estribos horizontales la normativa dispone estribos verticales sobre el área transversal efectiva $k_2 \cdot F_{wd}/f_{yd}$ – distribuida tal y como se muestra en la Fig. 30b. Los autores de la normativa europea permiten que los valores de los factores k_1 y k_2 sean decididos en cada normativa de los estados miembros de la UE, recomendando la adopción de $k_1 = 0,25$ y $k_2 = 0,5$.

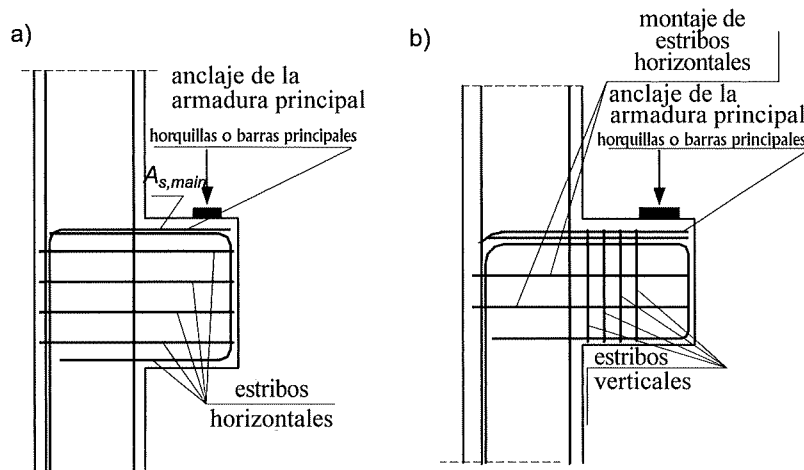


Fig. 30. Armadura de la ménsula según EC2 [38] para: a) $a_c < 0.5h_c$, b) $a_c > 0.5h_c$

Ninguna de las versiones publicadas hasta ahora del EC 2, la más reciente hasta la fecha ha sido sometida a un gran número de cambios, especifica métodos de diseño para la armadura de las ménsulas sometidas a cargas indirectas a lo largo del canto.

El concepto de diseño de las ménsulas adoptado en PN 02 tiene en cuenta los cambios introducidos en la versión final del pr EC2 [38]. Para vigas con apoyos a media madera, aparte de los modelos generales de celosía, se han recogido las fórmulas de diseño de la armadura. Con respecto a las ménsulas algunos puntos han sido formulados con mayor precisión, dentro de las principales recomendaciones del pr EC2 [38] y de las recomendaciones del CEB-FIP [2]. Se refieren a fórmulas de diseño mientras la normativa europea presenta un modelo general que se refiere a la dependencia de la sección a esfuerzo cortante.

Debido a los diferentes modos de fallo, un procedimiento independiente de diseño ha sido establecido para ménsulas extremadamente cortas ($a_c/h \leq 0,3$).

El modelo de cálculo para una ménsula sometida a las fuerzas $F_{V,Sd}$ y H_{Sd} adoptado en PN 02 [37] se muestra en Fig. 31.

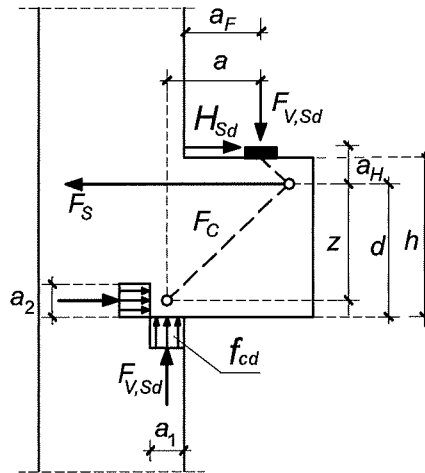


Fig. 31. Corbel calculation model as in PN 02 [37]

In this calculation model the corbel can have a rectangular or trapezoid shape, and the inclination angle of the bottom edge towards the level in the latter cannot exceed 45°, whereas the height of the corbel at the axis of load application cannot be smaller than half-depth of the section at the column level, whose dimensions should fulfil the following condition:

$$F_{V,Sd} \leq F_{V,Rd\max} = 0.5 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad \text{for } 0.3 < \frac{a_F}{h} \leq 1.0 \quad (18)$$

or

$$F_{V,Sd} \leq F_{V,Rd\max} = 0.4 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad \text{for } \frac{a_F}{h} \leq 0.3 \quad (19)$$

where: $\nu = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$

f_{cd} – is a design value of concrete compressive strength, at factor $\alpha_{cc} = 0.85$

f_{ck} – is a characteristic concrete compressive strength in MPa

quantity a_F, d, h – as in Fig. 31

$F_{V,Sd}$ – design value of external load

The cross-sectional area of the main reinforcement of corbels loaded as in Fig. 31 must meet the condition:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left(F_{V,Sd} \cdot \frac{a_F + 0.5a_1}{z} + H_{Sd} \cdot \frac{a_H + z}{z} \right) \quad (20)$$

or if the following condition is met: $\frac{a_F}{h} \leq 0.3$, then

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot (0.5F_{V,Sd} + H_{Sd}) \quad (21)$$

where: f_{yd} is a design yield strength of main reinforcement steel

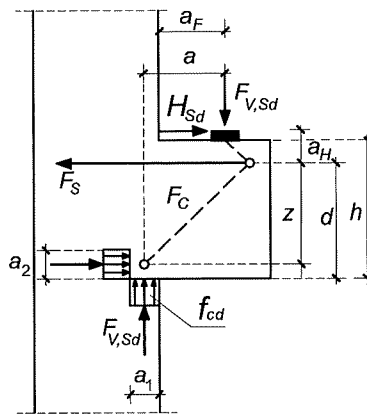


Fig. 31. Modelo de cálculo de una ménsula según PN 02 [37]

En este modelo de cálculo la ménsula puede tener una forma trapezoidal o rectangular, y el ángulo de inclinación de la fibra inferior sobre la horizontal en este no puede superar los 45°, mientras que la altura de la ménsula en los ejes de la aplicación de la carga no puede ser más pequeña que medio canto de la sección a nivel del pilar cuyas dimensiones deberían cumplir la siguiente condición:

$$F_{V,Sd} \leq F_{V,Rd\max} = 0,5 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad \text{para } 0,3 < \frac{a_F}{h} \leq 1,0 \quad (18)$$

o

$$F_{V,Sd} \leq F_{V,Rd\max} = 0,4 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad \text{para } \frac{a_F}{h} \leq 0,3 \quad (19)$$

donde: $\nu = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$

f_{cd} – es un valor de diseño de la resistencia a compresión del hormigón cuyo factor es $\alpha_{cc} = 0,85$

f_{ck} – es la resistencia característica del hormigón a compresión en MPa

a_F, d, h – como en Fig. 31

$F_{V,Sd}$ – valor de diseño de la carga externa

El área transversal de la armadura principal de las ménsulas cargadas como en la Fig. 31 debe satisfacer la condición:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left(F_{V,Sd} \cdot \frac{a_F + 0,5a_1}{z} + H_{Sd} \cdot \frac{a_H + z}{z} \right) \quad (20)$$

O si se cumple la siguiente condición: $\frac{a_F}{h} \leq 0,3$, entonces

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot (0,5F_{V,Sd} + H_{Sd}) \quad (21)$$

donde: f_{yd} es el límite elástico del acero de la armadura principal

$a_1 = \frac{F_{V,Sd}}{f_{cd} \cdot b}$; whereas f_{cd} is a design value of concrete compressive strength with factor $\alpha_{cc} = 0.85$

$$a = a_F + 0.5a_1; \quad a_2 = d - \sqrt{d^2 - 2a_1 \cdot a}; \quad z = d - 0.5a_2.$$

Diameters of main reinforcement bars should not exceed 25 mm and be adequately anchored in the column, and at the end of corbel, e.g. in the form of a horizontal loop of bend diameter of 10ϕ .

If $0.3 < \frac{a_F}{h} \leq 0.6$ horizontal stirrups should be used of total cross sectional area $A_{sw,h} \geq 0.5 A_s$, whereas if $\frac{a_F}{h} \leq 0.3$ horizontal stirrups of total cross sectional area $A_{sw,h} \geq \frac{0.5F_{V,Sd}}{f_{ywd}}$, where f_{ywd} is a design yield strength of stirrup steel.

The corbel reinforcement concept with factor $a_F/h \leq 0.6$ was shown in Fig. 32. Numerical example referring to the design of such corbel in compliance with the above-mentioned formulas can be found in work [15].

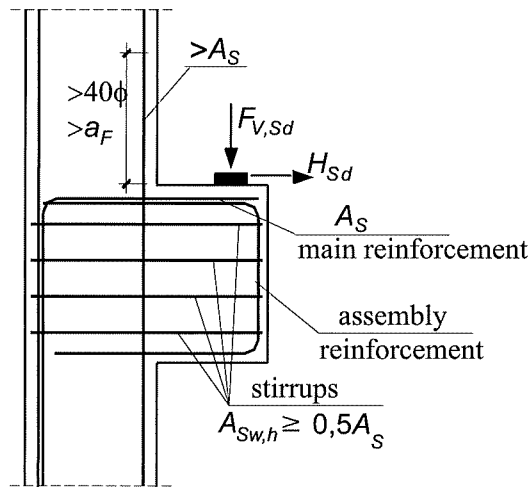


Fig. 32. Corbel reinforcement detailing of $a_F/h \leq 0.6$ as in PN 02 [37]

For short corbels of larger arm ($a_F/d > 0.6$), apart from horizontal stirrups at $A_{sw,h} \geq 0.3A_s$ vertical stirrups should be used.

If the following condition is met:

$$F_{V,Sd} > V_{Rd,ct} = \left[0.12k \cdot (100 \cdot \rho_s \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2.5 \cdot d}{a_F} \right) \right] \cdot b \cdot d \quad (22)$$

where: $k = 1 + \sqrt{\frac{0.2}{d}} \leq 2$, and d – effective depth in m,

$\rho_s = A_s/bd$ – main reinforcement ratio, then vertical stirrups should be used of total cross sectional area:

$$A_{sw,v} \geq \frac{0.7F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (23)$$

If the design value of force $FV_{,Sd} \leq V_{Rd,ct}$ (calculated with formula (22)), cross sectional area of vertical stirrups should meet condition:

$$A_{sw,v} = \frac{2 \cdot [(a_F + 0.5a_1)/z] - 1}{3 \cdot f_{ywd}} \cdot F_{V,Sd} \quad (24)$$

Vertical stirrups of spacing not exceeding $0.25h$ and 150 mm should be distributed over the section from the

$$a_1 = \frac{F_{V,Sd}}{f_{cd} \cdot b} \text{ mientras que } f_{cd} \text{ es un valor de diseño de la resistencia a compresión del hormigón cuyo factor es } \alpha_{cc} = 0,85$$

$$a = a_F + 0,5a_1; \quad a_2 = d - \sqrt{d^2 - 2a_1 \cdot a}; \quad z = d - 0,5a_2.$$

Los diámetros de las barras de la armadura principal no deberían superar los 25 mm y deben ser anclados adecuadamente en el pilar, y en el final de la ménsula, por ejemplo en la forma de un gancho horizontal con un diámetro de doblado igual a 10ϕ .

Si $0,3 < \frac{a_F}{h} \leq 0,6$ los estribos horizontales deberían ser usados con un área transversal total $A_{sw,h} \geq 0,5A_s$, mientras que si $\frac{a_F}{h} \leq 0,3$ los estribos horizontales deberían usarse con un área transversal total de $A_{sw,h} \geq \frac{0,5F_{V,Sd}}{f_{ywd}}$, donde f_{ywd} es el límite elástico de diseño del acero de los estribos.

El planteamiento de la disposición de armadura en las ménsulas con factores $a_F/h \leq 0,6$ es mostrado en Fig. 32. Un ejemplo numérico referido al diseño de este tipo de ménsulas de acuerdo con las fórmulas anteriormente mencionadas puede ser encontrado en la publicación [15]

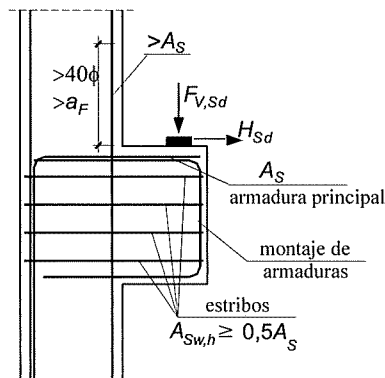


Fig. 32. Armadura de la ménsula pormenorizada de $a_F/h \leq 0,6$ según PN 02 [37]

Para ménsulas cortas de brazo mayor ($a_F/d > 0,6$), aparte de estribos horizontales $A_{sw,h} \geq 0,3 A_s$ deben usarse estribos verticales.

Si se cumple la siguiente condición:

$$F_{V,Sd} > V_{Rd,ct} = \left[0,12k \cdot (100 \cdot \rho_s \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2,5 \cdot d}{a_F} \right) \right] \cdot b \cdot d \quad (22)$$

donde: $k = 1 + \sqrt{\frac{0,2}{d}} \leq 2$, y d – canto efectivo en m,

$\rho_s = A_s/bd$ – cuantía de la armadura principal,

entonces los estribos verticales se usarían con un área transversal igual a:

$$A_{sw,v} \geq \frac{0,7F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (23)$$

Si el valor de diseño de la fuerza $F_{V,Sd} \leq V_{Rd,ct}$ (calculada con la fórmula (22)), el área transversal de los estribos verticales debería cumplir la condición:

$$A_{sw,v} = \frac{2 \cdot [(a_F + 0,5a_1)/z] - 1}{3 \cdot f_{ywd}} \cdot F_{V,Sd} \quad (24)$$

column face to the internal edge of the bearing plate, whereas horizontal stirrups at $A_{sw,h} \geq 0.3A_s$ should be situated at the corbel level in at least two levels (Fig. 33).

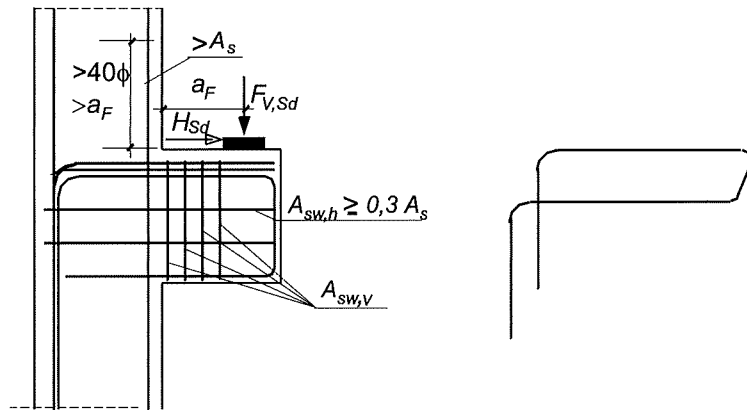


Fig. 33. Corbel reinforcement detailing of $a_F/h > 0.6$ as in [37]

The calculation model adopted in PN 02 for $a_F/h > 0.3$ was verified by means of the experimental tests results by Kriz and Rathes [20], Mattock and others [24], Foster and others [9], and by Nagrodzka-Godycka [30] against average strength values from experimental tests of f_m – for concrete f_{cm} and steel f_{ym} , $\alpha_{cc} = 1.0$ (Fig. 34). For 67

corbels the average ratio was obtained $\bar{\eta} = \frac{F_{Vu,exp}}{F_{Vu,cal}} = 1.16$ (at standard deviation $s = 0.215$ and coefficient of variation $\nu = 0.185$).

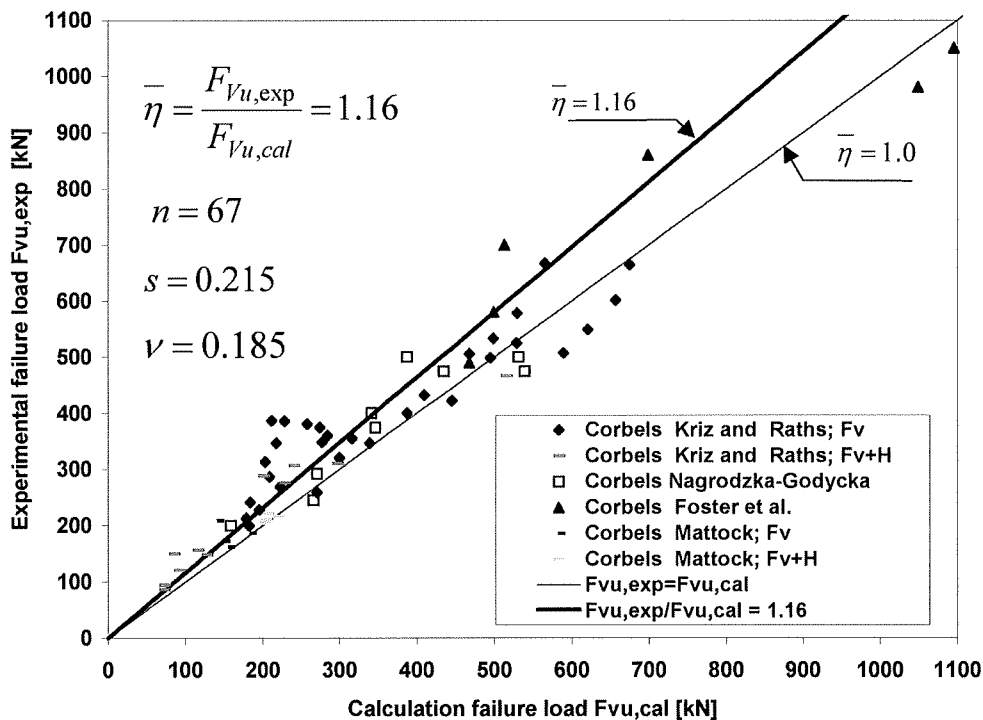


Fig. 34. Verification of the model according to PN 02 for corbels of $a_F/h > 0.3$ by means of experimental tests results

For extremely short corbels of shear span-effective depth ratio $a_F/h \leq 0.3$ the designing formulas according to PN02 were verified against the experimental tests results by Kriz and Rathes [20], Mattock and others [24], Foster and others [9] and Nagrodzka-Godycka [30], for 56 corbels in total. - Fig. 35.

Los estribos verticales cuya separación no supere $0,25h$ y 150 mm deberían ser distribuidos sobre la sección desde la cara del pilar hasta el borde interior del apoyo, mientras que los estribos horizontales con $A_{sw,h} \geq 0,3A_s$ deberían ser colocados en la zona de la ménsula al menos en dos niveles (Fig. 33).

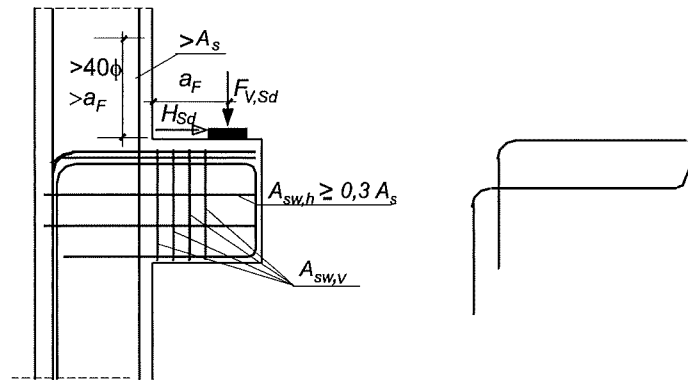


Fig. 33. Armadura de la ménsula pormenorizada de $a_F/h \leq 0,6$ según [37]

El modelo de cálculo adoptado en PN 02 para $a_F/h > 0,3$ fue comprobado mediante los resultados de los ensayos experimentales de Kriz y Raths [20], Mattock y otros [24], Foster y otros [9] y por Nagrodzka-Godycka [30] con valores medios de resistencia de ensayos experimentales f_m – para hormigón f_{cm} , y para el acero f_{ym} , $\alpha_{cc} = 1,0$ (Fig. 34). Para 67 ménsulas se obtuvo un valor medio $\bar{\eta} = \frac{F_{Vu,exp}}{F_{Vu,cal}} = 1,16$ (con una desviación estándar $s = 0,215$ y un coeficiente de variación $\nu = 0,185$).

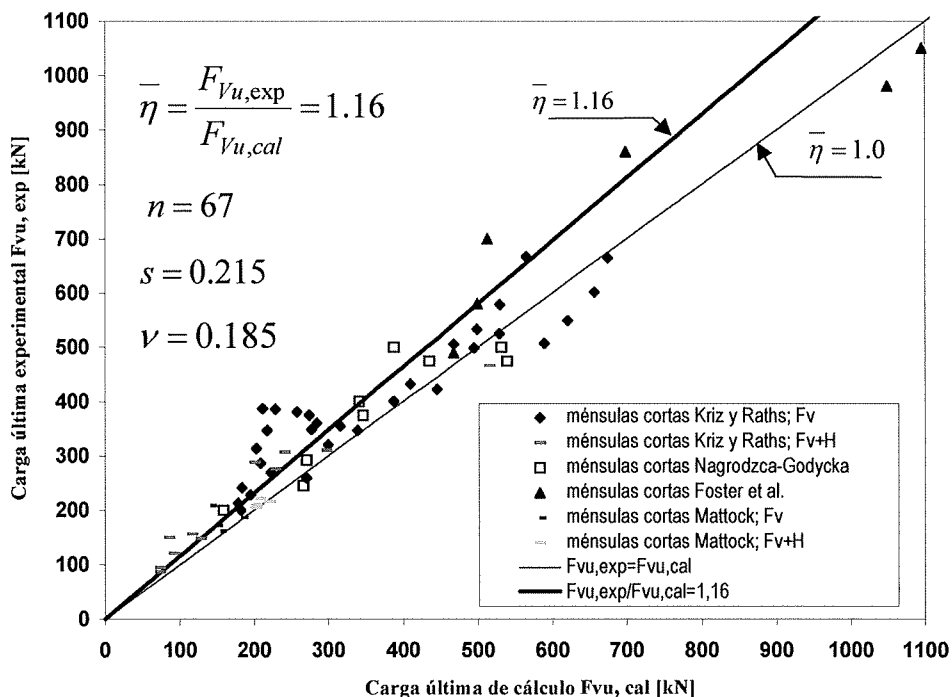


Fig. 34. Contrastación del modelo según PN 02 para ménsulas cortas de $a_F/h > 0,3$ mediante los resultados de ensayos experimentales

Para ménsulas extremadamente cortas con relación de luz a cortante frente a canto efectivo $a_F/h \leq 0,3$ las fórmulas de diseño de acuerdo con el PN 02 fueron comprobadas con los resultados experimentales de Kriz y Raths [20], Mattock y otros [24], Foster y otros [9] y por Nagrodzka-Godycka [30], sobre 56 ménsulas cortas en total – Fig. 35.

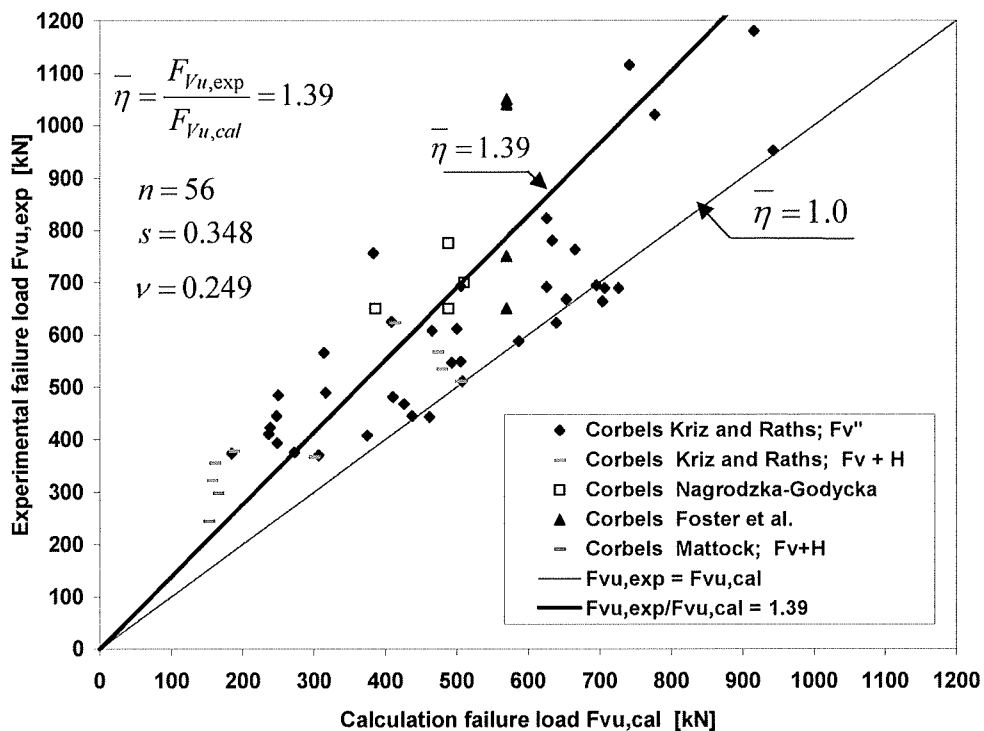


Fig. 35. Verification of the model according to PN02 for corbels of $a_F/h \leq 0.3$ by means of experimental tests results

As the result the following ratio was obtained $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} =$ (at standard deviation of $s = 0.348$ and coefficient of variation $\nu = 0.249$).

Evaluating the model verification results presented in Fig. 34 and Fig. 35 in accordance with PN 02, in the same way as in the case of the author's model verification presented in Fig. 17 following was obtained, assuming that $\eta_m = 0.8$

– for corbels $a_F/h > 0.3$

$$\eta_R = 1 - 1.64 \cdot 0.185 = 0.697$$

and thus

$$\gamma_{Rd} = \frac{0.8}{0.697} = 1.15 < \bar{\eta} = 1.16$$

and for corbels of $a_F/h \leq 0.3$

$$\eta_R = 1 - 1.64 \cdot 0.249 = 0.592$$

$$\gamma_{Rd} = \frac{0.8}{0.592} = 1.35 < \bar{\eta} = 1.39$$

In both cases the standard calculation formulas for $F_{V,Rd \max}$ account satisfactory the model uncertainty.

The cross sectional area of main reinforcement at the upper edge of corbels loaded at depth, as shown in Fig. 36, should be calculated according to formula

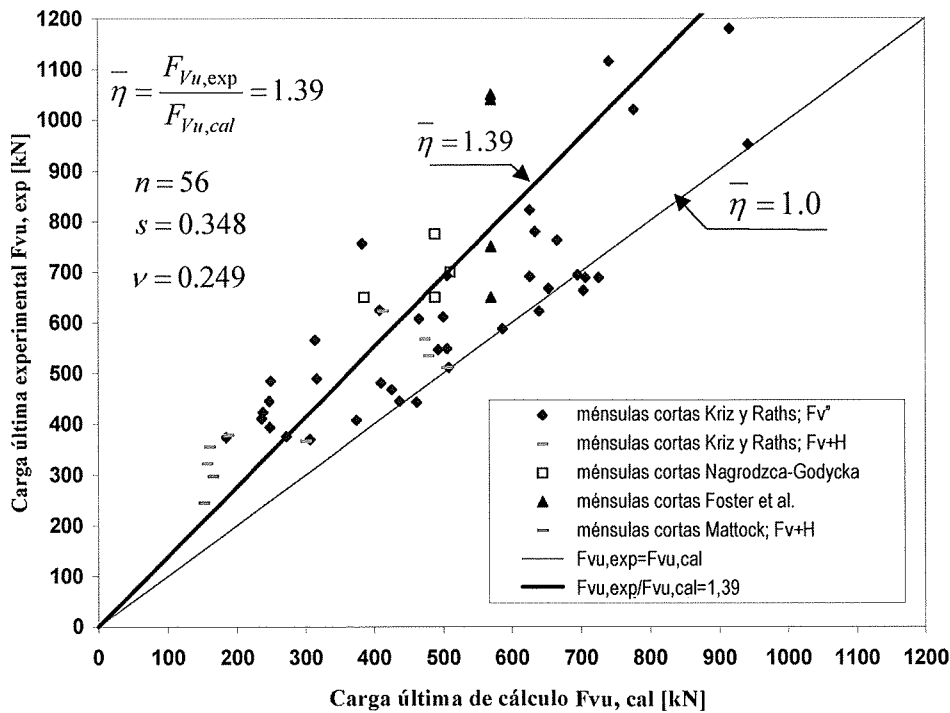


Fig. 35. Contraste del modelo según PN 02 para ménsulas cortas de $a_F/h \leq 0,3$ mediante los resultados de ensayos experimentales

Como resultado se obtuvo la siguiente relación $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}}$ (con una desviación estándar $s = 0,348$ y un coeficiente de variación $v = 0,249$).

Al evaluar los resultados de comprobación del modelo presentados en Fig. 34 y Fig. 35 de acuerdo con el PN 02 del mismo modo que en el caso de la verificación del modelo de la autora presentado en Fig. 17 se obtuvo lo siguiente, asumiendo que $\eta_m = 0,8$

– para ménsulas $a_F/h > 0,3$

$$\eta_R = 1 - 1,64 \cdot 0,185 = 0,697$$

y de esta manera,

$$\gamma_{Rd} = \frac{0,8}{0,697} = 1,15 < \bar{\eta} = 1,16$$

y para ménsulas de $a_F/h \leq 0,3$

$$\eta_R = 1 - 1,64 \cdot 0,249 = 0,592$$

$$\gamma_{Rd} = \frac{0,8}{0,592} = 1,35 < \bar{\eta} = 1,39$$

En ambos casos las fórmulas de cálculo estándar para $F_{V,Rd,max}$ satisficieron el modelo de incertidumbre.

El área transversal de la armadura principal en la fibra superior de las ménsulas cargadas a lo largo del canto, tal y como se muestra en Fig. 36, debería ser calculada de acuerdo a la fórmula

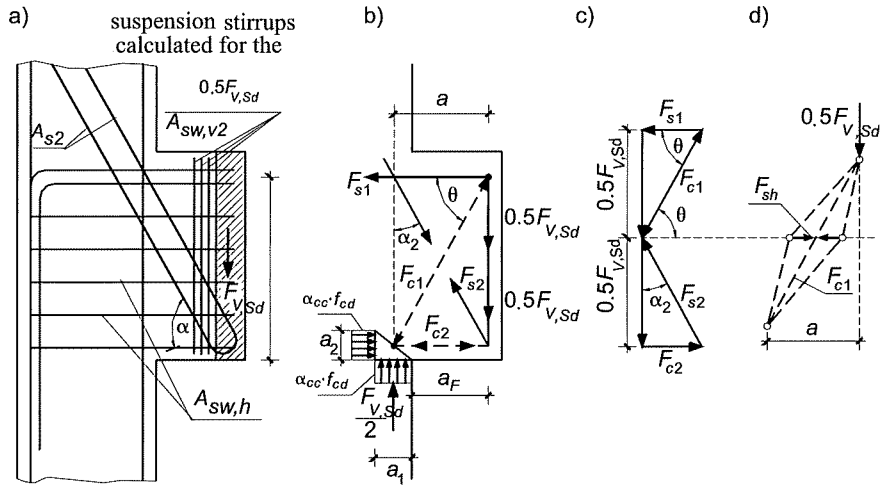


Fig. 36. Corbel loaded at depth according to [37]: a) reinforcement, b), c) and d) calculation models

$$A_s \geq \frac{1}{f_{yd}} \left(F_{V,Sd} \frac{a_F + 0.5a_1}{z} + H_{Sd} \right) \quad (25)$$

whereas inclined bars at α angle, greater than 30° and not exceeding 60° , which suspend the lower part of the beam perpendicular to the corbel, should have cross sectional area A_{s2} derived from formula

$$A_{s2} \geq \frac{1}{f_{yd}} \left(\frac{0.5F_{V,Sd}}{\sin \alpha} \right) \quad (26)$$

Moreover, horizontal stirrups evenly distributed at the corbel depth of total cross sectional area as below should be added

$$A_{sw,h} \geq \frac{0.5F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (27)$$

If $a_F/h > 0.6$ one should additionally at the section from the column edge to the internal beam edge distribute vertical stirrups (Fig. 37) of total cross sectional area

$$A_{sw,v} \geq \frac{0.3F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (28)$$

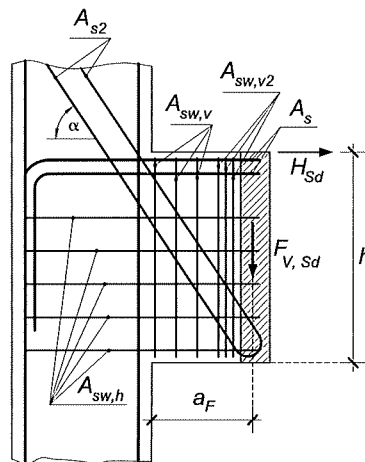


Fig. 37. Reinforcement of corbel of $a_F/h > 0.6$ loaded at depth according to [37]

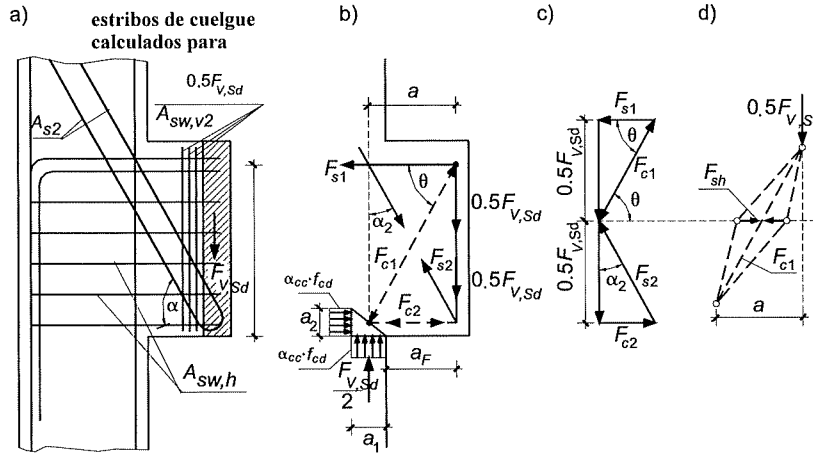


Fig. 36. Ménsula cargada a lo largo del canto según [37]: a) armadura, b), c) y d) modelos de cálculo

$$A_s \geq \frac{1}{f_{yd}} \left(F_{V,Sd} \frac{a_F + 0,5a_1}{z} + H_{Sd} \right) \quad (25)$$

Mientras que las barras inclinadas en un ángulo α , mayor de 30° y no superior a 60° , las cuales soportan la parte inferior de la viga perpendicular a la ménsula, deberían presentar un área transversal A_{s2} derivada de la fórmula

$$A_{s2} \geq \frac{1}{f_{yd}} \left(\frac{0,5F_{V,Sd}}{\sin \alpha} \right) \quad (26)$$

Por otra parte, se añadirían estribos horizontales distribuidos uniformemente a lo largo del canto de la ménsula con área transversal como se indica abajo

$$A_{sw,h} \geq \frac{0,5F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (27)$$

Si $a_F/h > 0,6$ deberíamos adicionalmente distribuir estribos verticales (Fig. 37) en la sección del borde del pilar al borde interno de la viga con un área transversal

$$A_{sw,v} \geq \frac{0,3F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (28)$$

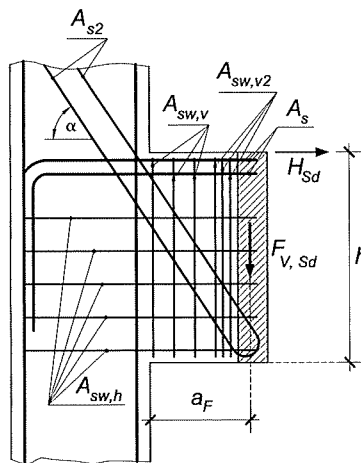


Fig. 37. Armadura de una ménsula corta de $a_F/h > 0,6$ cargada a lo largo del canto según [37]

Independent from horizontal and vertical stirrups, suspension stirrups (Fig. 36 and 37) should be concentrated at a short section in the direct neighbourhood of the beam, of total cross sectional area

$$A_{sw,v2} \geq \frac{0.5F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (29)$$

4. DAPPED-END BEAMS

The primary difference between corbel and dapped-end beam is that the inclined compressive force of corbel finds intractable support in component compressive force F_{cv} , applying in the compressed column edge region (Fig. 38a), whereas in the case of dapped-end beam the role is significantly taken over by a more flabby tie F_{st} made from bent bars (Fig. 38b) or vertical F_{sv} if vertical suspension stirrups are used (Fig. 38c).

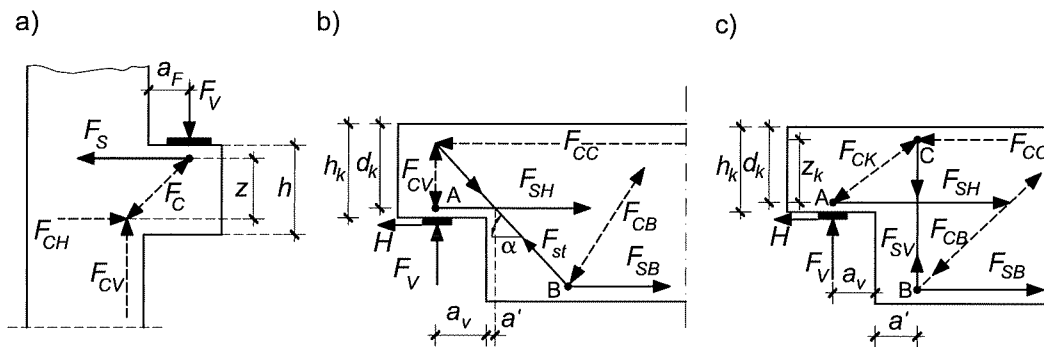


Fig. 38. Truss models: a) corbel, b) and c) dapped-end beam

The course of principal stresses trajectories in concave corner of beam corbels before cracking is presented in Fig. 39. Visible great stress concentration in concave corbels results in this region being exactly where the first crack appears, which – if the reinforcement is improperly structured – can lead to the loss of load carrying capacity.

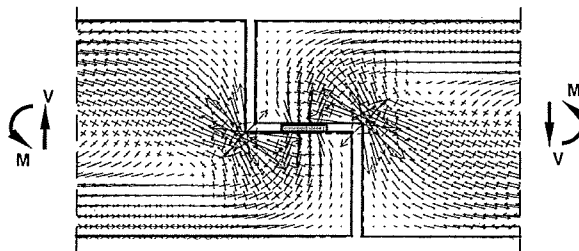


Fig. 39. Trajectories of principal stresses before cracking

Difference in states of stresses and crack morphology of dapped-end beams as compared to corbels received wider attention inter alia in the works of Godycki [12], Windisch [54], Hahn [18], Manna [23] and Cook and Mitchell [3].

Only a few experimental tests of dapped-end beams can be found in technical literature. The first to be mentioned are experimental tests carried out by Steinle [47] at Otto Graf Institut – Stuttgart in middle seventies last century. In the same period in Poland research of dapped-end beams, as a connection element of jointed beams in a prefabricated SBO system (half joints), created on the base of 'H' frame concept, were carried out by Zakrzewski [56]. The latest experimental research includes tests by Chen and others [4] along with tests carried out at the Technical University of Gdańsk by Godycki – Ćwirko and Nagrodzka – Godycka [30, 32].

Independientemente de los estribos horizontales y verticales (Fig. 36 y 37), los estribos de cuelgue deberían estar concentrados en una pequeña sección en las proximidades directas de la viga, con un área transversal

$$A_{sw,v2} \geq \frac{0,5F_{V,Sd}}{f_{ywd}} \quad (29)$$

4. VIGAS DE APOYO A MEDIA MADERA

La primera diferencia entre las ménsulas y las vigas de apoyo a media madera es que la fuerza inclinada de compresión de la ménsula encuentra un apoyo complicado para la componente de la fuerza de compresión F_{CV} , aplicada en la región comprimida de la fibra del pilar (Fig. 38a), mientras que en el caso de vigas de apoyo de media madera dicho papel es llevado a cabo fundamentalmente por un tirante F_{st} más débil materializado a partir de barras dobladas (Fig. 38b) o por uno vertical F_{sv} , si se usan estribos verticales de cuelgue (Fig. 38c).

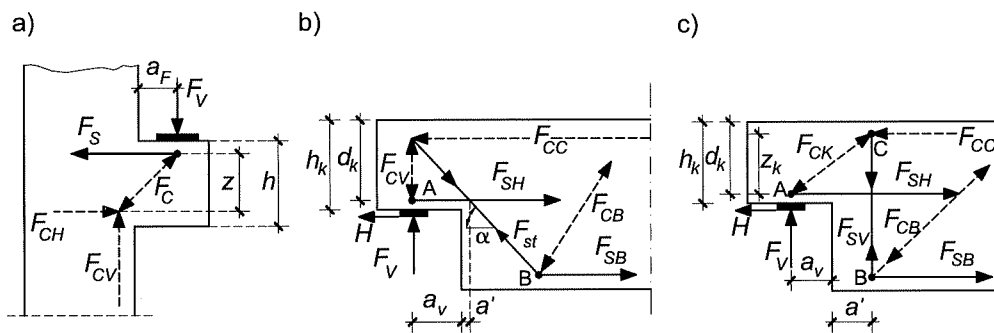


Fig. 38. Modelos de celosía: a) ménsula, b) y c) viga con apoyo a media madera

La dirección de las trayectorias de las tensiones principales en la esquina cóncava de las ménsulas antes de la fisuración son presentadas en Fig. 39. La concentración visible de grandes tensiones en las ménsulas cóncavas se presenta en esta zona exactamente donde aparece la primera fisura, la cual – si la armadura esta distribuida de un modo inadecuado – puede conducir a la pérdida de la capacidad resistente.

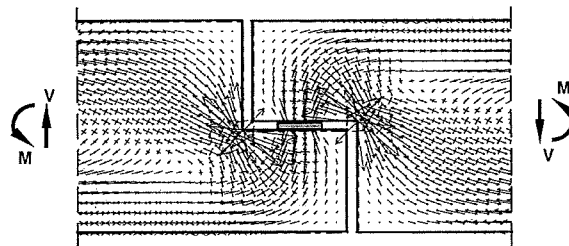


Fig. 39. Trayectorias de las tensiones principales antes de la fisuración

La diferencia entre los estados tensionales y el esquema de fisuración de las vigas con apoyo a media madera si las comparamos con las ménsulas recibe una mayor atención en los trabajos de Godycki [12], Windisch [54], Hahn [18], Manna [23] y Cook y Mitchell [3].

Sólo unos pocos de ensayos sobre vigas con apoyo a media madera pueden encontrarse en la literatura. Los primeros a mencionar son los ensayos experimentales llevados a cabo por Steinle [47] en el Otto Graf Institut-Stuttgart a mediados de la década de los setenta del siglo pasado. En el mismo periodo se investigó en Polonia sobre las vigas con apoyo a media madera, como un elemento de conexión entre las vigas articuladas para el sistema prefabricado SBO (semijuntas), creadas en la base del concepto de viga "H", y los ensayos fueron llevados a cabo por Zakrzewski [56]. Las últimas investigaciones experimentales incluyen ensayos de Chen y otros [4] con ensayos llevados a cabo en la Technical University of Gdańsk por Godycki – Ćwirko y Nagrodzka – Godycka [30, 32].

4.1. DESIGN OF DAPPED-END BEAMS ACCORDING TO PN 02 [37]

The European standard regulations concerning dapped-end beams are modest. The prEC2 [38] European standard merely lists two truss models, which refer to the shapes of orthogonal and inclined-trajectorial reinforcement.

One of the two truss models presented in Fig. 40 can be used for designing of dapped-end beams corbels in compliance with PN 02 [37]. The models have been adopted from the final version of pr EN 1992-1-1 [38].

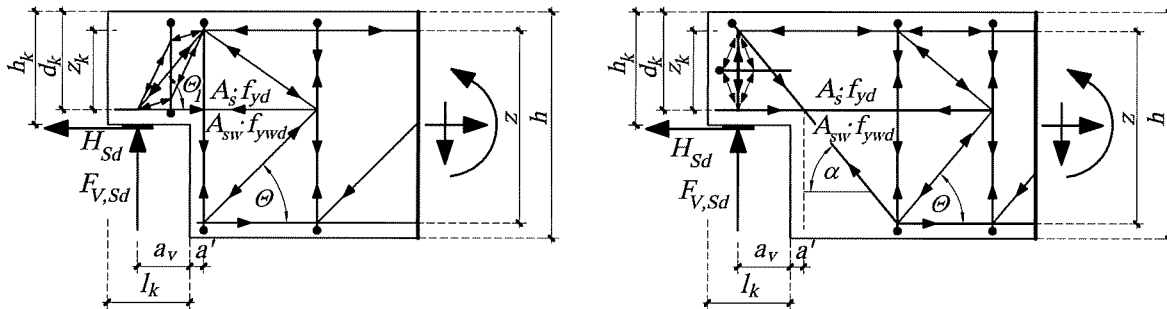


Fig. 40. Truss models of beam corbels according to prEC2 [38] and PN 02 [37]: a) orthogonal reinforcement, b) inclined reinforcement

The design rules provided in PN 02 [37] refer to dapped-end beams that as regards arm l_k and height h_k (Fig. 40) meet the following conditions:

$$l_k \leq h_k \quad \text{and} \quad 0.3h \leq h_k \leq 0.7h,$$

where the width of dapped-end beam and its depth have to comply with the following:

$$F_{V,Sd} < F_{V,Rd \max} = 0.28 f_{cd} \cdot b \cdot d_k \quad (30)$$

In formula (28) design value of concrete compressive strength f_{cd} should be adopted with factor $\alpha_{cc} = 0.85$.

The truss model (Fig. 40a) serves to calculate vertical stirrups directly neighbouring on the dapped-end. The model in Fig. 40b in turn, serves to calculate the cross-section of reinforcement, where inclined bars are used. In both cases cooperation with corbel horizontal reinforcement is assumed, which should comply with (31) and (32).

$$A_s \geq \frac{1}{f_{yd}} \left(F_{V,Sd} \frac{a_v + a'}{z_k} + 0.5 F_{V,Sd} \cdot \cot \theta_1 + H_{Sd} \right) \quad (31)$$

$$A_s \geq \frac{1}{f_{yd}} (0.5 F_{V,Sd} + H_{Sd}) \quad (32)$$

where: a_v – distance from the force application axis to the dapped-end (Fig. 40),

z_k – internal forces arm, which can be $z_k = 0.8d_k$,

a' – distance from the vertical dapped-end to the suspension reinforcement gravity centre (Fig. 40a, b).

The main reinforcement calculated this way should always be extended beyond dapped-end edge for a distance not smaller than $h - d_k + l_{bd}$.

4.1. DISEÑO DE VIGAS CON APOYO A MEDIA MADERA SEGÚN EL PN 02 [37]

Las normativas europeas que tienen en cuenta las vigas con apoyo a media madera son escasas. La normativa europea pr EC2 [38] incluye meramente dos modelos de celosía, los cuales se refieren a las disposiciones ortogonales e inclinadas de la armadura.

Uno de los dos modelos de celosía presentado en Fig. 40 puede ser usado para el diseño de las ménsulas de las vigas con apoyo a media madera de acuerdo con el PN 02 [37]. Los modelos han sido adoptados para la versión final del pr EN 1992-1-1 [38].

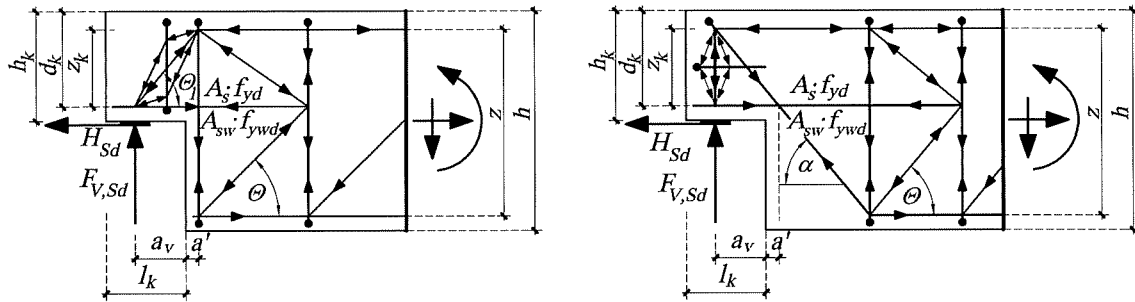


Fig. 40. Modelos de celosía de ménsulas según prEC2 [38] y PN 02 [37]: a) armadura ortogonal, b) armadura inclinada

Las reglas de diseño de la PN 02 [37] referidas a las vigas con apoyo a media madera consideran el brazo l_k y la altura h_k (Fig. 40) para presentar las siguientes condiciones:

$$l_k \leq h_k \quad \text{and} \quad 0,3h \leq h_k \leq 0,7h,$$

donde el ancho de la viga a media madera y su canto tienen que satisfacer lo siguiente:

$$F_{V,Sd} < F_{V,Rd \max} = 0,28 f_{cd} \cdot b \cdot d_k \quad (30)$$

En la fórmula (28) el valor de diseño de la resistencia a compresión del hormigón f_{cd} debería ser adoptado con el factor $\alpha_{cc} = 0,85$.

El modelo de celosía (Fig. 40a) sirve para calcular los estribos verticales que están junto al apoyo en ménsula. El modelo de la Fig. 40b a su vez, sirve para calcular la armadura transversal, donde se usan barras inclinadas. En ambos casos se asume la cooperación con la armadura horizontal de la ménsula, la cual debe satisfacer (31) y (32).

$$A_s \geq \frac{1}{f_{yd}} \left(F_{V,Sd} \frac{a_v + a'}{z_k} + 0,5 F_{V,Sd} \cdot \cot \theta_1 + H_{Sd} \right) \quad (31)$$

$$A_s \geq \frac{1}{f_{yd}} (0,5 F_{V,Sd} + H_{Sd}) \quad (32)$$

donde: a_v – distancia del eje de la fuerza de aplicación al apoyo (Fig. 40)

z_k – brazo de fuerzas internas, el cual puede ser $z_k = 0,8d_k$,

a' – Distancia del apoyo vertical al centro de gravedad de la armadura colgada (Fig. 40a, b).

La armadura principal calculada de este modo debería siempre ser prolongada más allá del apoyo a media madera en una distancia no menor que $h - d_k + l_{bd}$.

At the depth and length of the dapped-end beam one should moreover use vertical and horizontal stirrups in two or more planes, designed for force $F_{V,Sd}/3$ in both of the two directions.

When using stirrups in orthogonal arrangement the suspension reinforcement section to be derived from the condition:

$$A_{sw,V} \geq \frac{1.3F_{V,Sd} + 0.3H_{Sd}}{f_{ywd}} \quad (33)$$

Suspension reinforcement calculated this way should be distributed over a section of ca. $0.2h$ from the dapped-end edge.

When using inclined bars inclined at the α angle to the beam axis, the reinforcement section is to be calculated from the following formula:

$$A_{st} \geq \frac{F_{V,Sd}}{f_{yd} \cdot \sin \alpha} \quad (34)$$

In a beam with rectangular dapped-end, not including inclined bars, at the dapped-end edge stirrups designed for the force $0.3(F_{V,Sd} + H_{Sd})$ should be used. Numerical corbel design example as in PN 02 [37] can be found in work [15].

When designing dapped-end beams one should shaped the reinforcement so that there is no slip of the orthogonal bars or of the inclined bars if any. If bars of 20 mm in diameter and larger are used, it is necessary to use anchors in the form of steel plates 20 mm thick with bored hole, into which the bar is introduced and enfolded with a fillet weld. In order to obtain adequate anchorage the external diameter of the plate should meet condition $D \geq 5\phi$, where ϕ is a diameter of the anchored bar. One can also, as in the American Standard ACI-318, provide anchorage through welding on crosswise bars of diameter identical to the anchored reinforcement.

The bearing plate, through which external forces $F_{V,Sd}$ and H_{Sd} are transferred onto the concrete should also be inspected for their pressure on the concrete. For small-dimensioned plates, apart from meeting the condition of bearing strength concrete, one should additionally – apart from formula (30), check the depth of the dapped-end beam against conditions (35a and b), which have not been introduced in prEC2 [38] nor PN 02 [37].

For orthogonal reinforcement

$$d_k > \frac{F_{V,Sd}}{0.25b \cdot f_{cd}} \quad (35a)$$

For inclined reinforcement at the α angle

$$d_k > \frac{F_{V,Sd}}{0.25b \cdot f_{cd} \cdot \tan \alpha} \quad (35b)$$

The concrete compressive strength f_{cd} in both cases should be assumed with factor $\alpha_{cc} = 0.85$.

In the beam shear region, from the side where the dapped-end beam is situated shear reinforcement should be used according to the general rules for shear of the PN 02 standard [37], assuming the concrete compression strut inclination angle of $\theta = 45^\circ$.

Due to small number of experimental tests results, the standard formulas in PN02 for dapped-end beams were verified against merely 10 dapped-end beams from tests [30, 32]. The changing parameters in these tests were the main reinforcement ratio, type of reinforcement at dapped-end beam and a/d_k ratio. For average strength

En el canto y largo de la viga con apoyo a media madera podríamos también usar estribos verticales y horizontales en dos o más planos, diseñados para una fuerza $F_{V,Sd}/3$ en ambas direcciones.

Cuando usamos barras ortogonales, la sección de la armadura de cuelgue se derivaría de la siguiente condición:

$$A_{sw,V} \geq \frac{1,3F_{V,Sd} + 0,3H_{Sd}}{f_{ywd}} \quad (33)$$

La armadura suspendida calculada de este modo debería estar distribuida en una sección a una distancia aproximadamente $0,2h$ del borde del apoyo.

Cuando usamos barras inclinadas en un ángulo α respecto a los ejes de la viga, la sección de la armadura se calcula con la siguiente fórmula:

$$A_{st} \geq \frac{F_{V,Sd}}{f_{yd} \cdot \sin \alpha} \quad (34)$$

En una viga con un apoyo de media madera rectangular sin incluir barras inclinadas en el borde del apoyo deberían usarse estribos diseñados para una fuerza $0,3 (F_{V,Sd} + H_{Sd})$. Un ejemplo numérico del diseño de este tipo de ménsula según el PN 02 [37] puede ser encontrado en el trabajo [15].

Para diseñar vigas con apoyo a media madera debemos disponer la armadura para que no haya ningún deslizamiento de las barras ortogonales o de las barras inclinadas si las hubiera. Si utilizamos barras con un diámetro 20 mm o mayor, es necesario usar anclajes en la forma de placas de acero de 20 mm de espesor con agujeros, en los cuales la barra se introduce y se rodea con un cordón de soldadura. Para obtener un anclaje adecuado, el diámetro externo de la placa debería presentar la condición $D \geq 5\phi$, donde ϕ es el diámetro de la barra anclada. Podemos también, como en la normativa americana ACI-318, disponer el anclaje a través de una soldadura sobre barras transversales de diámetro idéntico a la de la armadura anclada.

La plancha de apoyo, a través de la cual las fuerzas externas $F_{V,Sd}$ y H_{Sd} son transferidas al hormigón debe también inspeccionarse debido a las presiones ejercidas sobre el hormigón. Para apoyos de pequeñas dimensiones, a parte de cumplir la condición resistente del hormigón del apoyo, debemos adicionalmente – aparte de la fórmula (30), comprobar el canto de la viga con apoyo a media madera con respeto a las condiciones (35a y b), las cuales no han sido introducidas en el pr EC2 [38] ni en la PN 02 [37].

Para armadura ortogonal

$$d_k > \frac{F_{V,Sd}}{0,25b \cdot f_{cd}} \quad (35a)$$

Para armadura inclinada en un ángulo α

$$d_k > \frac{F_{V,Sd}}{0,25b \cdot f_{cd} \cdot \tan \alpha} \quad (35b)$$

La resistencia de compresión del hormigón f_{cd} debe ser asumida en ambos casos con un factor $\alpha_{cc} = 0,85$.

En la región de cortante de la viga, en la cara donde se situa la viga con apoyo a media madera, la armadura de cortante debe usarse de acuerdo con las reglas generales para cortante de la normativa PN 02 [37] asumiendo que el ángulo de inclinación de la biela de compresión del hormigón es $\theta = 45^\circ$.

Debido al pequeño número de resultados de ensayos experimentales, las fórmulas en PN 02 para vigas con apoyo a media madera fueron contrastadas solamente con diez de ellas de los ensayos [30, 32]. Los parámetros de estos ensayos fueron la cuantía de la armadura principal, el tipo de armadura en la viga de apoyo a media madera y la

values from the experimental tests f_m and $\alpha_{cc} = 1.0$ average ratio of $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1.45$ was obtained; at standard deviation of $s = 0.35$ and coefficient of variation $\nu = 0.24$.

The value of γ_{Rd} factor, derived in the same way as above (vide p.2 and p. 3) is

$$\gamma_{Rd} = \frac{0.8}{1 - 1.64 \cdot 0.24} = 1.32 < \bar{\eta} = 1.45$$

The calculations above show that the calculation formulas adopted in the analysis of the tests results sufficiently account for the model uncertainty.

5. CONCLUSIONS

The truss model, which includes the variable of depth of the concrete compression zone, and the changeable arm of internal forces, serves adequately to mirror the state of load carrying capacity of corbels.

Such approach was suggested by Franz [11] and further developed by Nagrodzka-Godycka [27] and [28] as regards the use of concrete compressive and shear strength by means of Mohr hypothesis, and was successfully verified through tests by Kriz and Rath [20] and Mattock and others [24] – Fig. 17.

Derived according to [22] the value of partial safety factor covering uncertainty in the resistance model γ_{Rd} was not higher than $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}}$ what confirmed of formulas resulting from calculation model.

The results obtained according to PN 02 standard, compliant with the European standard provisions, for corbels of $a_F lh > 0.3$ were verified based on the results of tests of 67 different corbels, and the following ratio was

$$\text{obtained } \bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1.16 .$$

The calculation model according to PN 02 for extremely short corbels ($a_F ld \leq 0.3$), as regards its merits refers to the real cracking and failure mode. The verification of calculation results based on tests results carried out for

56 extremely short corbels gave the average ratio of $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1.39 .$

In both cases for $a_F lh > 0.3$ and $a_F ld \leq 0.3$ the value of partial safety γ_{Rd} was lower than the value the value what means that the standard calculation formulas account satisfactory the model uncertainty.

The amount of experimental knowledge is the poorest as regards the dapped-end beams. This reflects in the standard recommendations. The verification of the results calculated in accordance with PN 02 with the results

of experimental tests gave the following $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1.45 .$

Summing up, it can be confirmed that the design guidelines for corbels postulated in the European and the Polish PN 02 standards, based on equivalent truss model lead to safe solutions, provided that the reinforcement shape and anchorage is proper.

Additional research would be needed for extremely short corbels and dapped-end beam. Whereas the standard regulations entirely leave out cantilever of deep beams, collar corbels or precast corbels mounted on reinforced concrete elements executed "in situ".

LITERATURE

- [1] BELARBI A., HSU T.T.C.: Constitutive Laws of Softened Concrete in Biaxial Tension- Compression, ACI Structural Journal, V. 92, No. 5, September - October 1995.
- [2] CEB-FIP Recommendations: Practical Design of Structural Concrete, September 1999.

relación a_v/d_k . Para valores medios de resistencia de los ensayos experimentales f_m y $\alpha_{cc} = 1,0$ se obtuvo una media $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1,45$; con una desviación estándar de $s = 0,35$ y un coeficiente de variación $v = 0,24$.

El valor del factor γ_{Rd} , derivado del mismo que antes (ver p.2 y p.3) es

$$\gamma_{Rd} = \frac{0,8}{1 - 1,64 \cdot 0,24} = 1,32 < \bar{\eta} = 1,45$$

Los cálculos anteriores muestran que las fórmulas de cálculo adoptadas en el análisis de los resultados de los ensayos tienen suficientemente en cuenta el Modelo de Incertidumbre.

5. CONCLUSIONES

El modelo de celosía, el cual incluye una profundidad variable de la zona de compresión del hormigón, y un brazo no constante de fuerzas internas, sirve adecuadamente para explicar el estado de la capacidad resistente de las ménsulas cortas.

Dicha consideración fue enunciada por Franz [11] y más adelante fue desarrollada por Nagrodzka-Godycka [27] y [28] teniendo en cuenta la resistencia a compresión y a cortante mediante la hipótesis del círculo de Mohr, y fue contrastada con éxito mediante los ensayos de Kriz y Rathes [20] y Mattock y otros [24] – Fig. 17.

Se obtiene, según [22], que el valor del coeficiente parcial de seguridad que cubre la incertidumbre del modelo resistente γ_{Rd} , no era mayor que $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}}$ lo que fue confirmado mediante fórmulas resultantes del modelo de cálculo

Los resultados obtenidos por la normativa PN 02, de acuerdo con la normativa europea, para ménsulas con $a_F/d > 0,3$, fueron contrastados en base a los resultados de los ensayos sobre 67 ménsulas cortas distintas, y se obtuvo la siguiente relación $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1,16$.

Debemos tener en consideración el modelo de cálculo según la PN 02 para ménsulas extremadamente cortas ($a_F/d \leq 0,3$) en cuanto a lo que se refiere a fisuración real y a modo de fallo. La verificación de los resultados de cálculo se basan en ensayos llevados a cabo para 56 ménsulas extremadamente cortas que arrojaron una media de $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1,39$.

En ambos casos para $a_F/d > 0,3$ y $a_F/d \leq 0,3$ el valor del coeficiente parcial de seguridad γ_{Rd} , fue más bajo que el valor lo que significa que las fórmulas estándar de cálculo satisfacen el modelo de incertidumbre.

La cantidad de conocimiento experimental es más pobre respecto a las vigas con apoyo a media madera. Esto se refleja en las recomendaciones normativas. La verificación de los resultados calculados de acuerdo con PN 02 y con los resultados de los ensayos experimentales arrojaron la siguiente $\bar{\eta} = \frac{F_{V,exp}}{F_{V,cal}} = 1,45$.

Resumiendo, puede afirmarse que las normas de diseño para ménsulas cortas postuladas en las normativas europeas y en la polaca PN 02, se basan en un modelo de celosía equivalente que conduce a soluciones del lado de la seguridad, teniendo en cuenta que la distribución de la armadura y los anclajes son apropiados.

Se necesitaría un investigación adicional para ménsulas extremadamente cortas y vigas con apoyo a media madera. Mientras que las normativas dejan fuera totalmente a las vigas de gran canto en voladizo, las ménsulas perimetrales o a las ménsulas prefabricadas colocadas en elementos de hormigón armado ejecutados "in situ".

BIBLIOGRAFÍA

[1] BELARBI A., HSU T.T.C.: Constitutive Laws of Softened Concrete in Biaxial Tension- Compression, ACI

- [3] COOK W.D., MITCHELL D.: Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members, ACI Structural Journal, March-April 1988.
- [4] CHEN B.S., HAGENBERGER M.J., BREEN J.E.: „Evaluation of Strut – and Tie Modeling Applied to Dapped Beam with Opening, ACI Structural Journal, July-August 2002
- [5] CZKWIANIANC A. I IN.: Designing of corbels using geometrical forces distribution method, Inżynieria i Budownictwo, (in Polish), 9, 1974.
- [6] EIBL J., ZELLER W.: Bruchversuche an Stahlbetonkonsolen, Veränderung des Bewehrungsgrades. Abschlußbericht. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Karlsruhe 1983.
- [7] EIBL J., ZELLER W.: Untersuchungen zur Traglast der Druckdiagonalen in Konsolen, Beton und Stahlbetonbau, V. 88, Heft 1, 1993.
- [8] FOSTER S.J., GILBERT R.I.: The Design of Nonflexural Members with Normal and High-Strength Concretes, ACI Structural Journal, V. 93, No. 1, January – February 1996.
- [9] FOSTER S.J., POWELL R.E., Selim H.S.: Performance of High-Strength Concrete Corbels, ACI Structural Journal, V. 93, No. 5, September – October 1996.
- [10] FRANZ G., NIEDENHOFF H.: Die Bewehrung von Konsolen und gedrunenen Balken, Beton und Stahlbetonbau, nr 5, 1963.
- [11] FRANZ G.: Stützenkonsolen, Beton und Stahlbetonbau nr 4, 1976.
- [12] GODYCKI-ĆWIRKO T.: Corbels in hinged connections of RC beams and frames, Inżynieria i Budownictwo, nr 1, 1973, (in Polish).
- [13] GODYCKI-ĆWIRKO T.: Mechanic of concrete, (in Polish), Warszawa: Arkady 1983, p. 344.
- [14] GODYCKI-ĆWIRKO T., NAGRODZKA-GODYCKA K.: Crack morphology and load carrying capacity of rectangular corbels strengthened with external prestressing bars (in Polish), XLVIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Opole-Krynica, 2, 2002,
- [15] GODYCKI-ĆWIRKO T., NAGRODZKA-GODYCKA K.: „Design of RC corbels according to PN-B-03264:2002, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo nr 2, 2003.
- [16] HAGBERG T.: Zur Bemessung der Konsole (Eine Betrachtung mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit), Beton und Stahlbetonbau, nr 3, 1966.
- [17] HAGBERG T.: Design of Concrete Brackets: On the Application of the Truss Analogy, ACI Journal No. 1-2, January – February 1983.
- [18] HAHN V.: Das hochgezogene Auflager im Betonfertigteilbau. Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaues. Berlin – München: Festschrift Franz, Ernst und Sohn Verlag 1969.
- [19] HERMANSEN B.J., COWAN J.: Modified Shear-Friction Theory for Bracket Design, ACI Journal, Proceedings V. 71, No. 2, 1974.
- [20] KRIZ L.B., RATHS C.H.: Connections in Precast Concrete Structures – Strength of Corbels, Journal Prestressed Concrete Institute, February 1965.
- [21] LEON A.: Über das Mass der Anstrengung bei Beton, Ingenieur Archiv, Band IV, 1933.
- [22] LEWICKI B.: Safety management, Chapter 1 in: Scientific Commentary to PN-B-03264:2002, Design of concrete structures (in Polish), ITB Warszawa 2005.
- [23] MANN W.: Über die Ausbildung von Balkenauflagern und Auflagerkonsolen aus Stahlbeton, Beton und

Structural Journal, V. 92, No. 5, September - October 1995.

- [2] CEB-FIP Recommendations: Practical Design of Structural Concrete, September 1999.
- [3] COOK W.D., MITCHELL D.: Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members, ACI Structural Journal, March-April 1988.
- [4] CHEN B.S., HAGENBERGER M.J., BREEN J.E.: „Evaluation of Strut – and Tie Modeling Applied to Dapped Beam with Opening, ACI Structural Journal, July-August 2002
- [5] CZKWIANIANC A. I IN.: Designing of corbels using geometrical forces distribution method, Inżynieria i Budownictwo, (in Polish), 9, 1974.
- [6] EIBL J., ZELLER W.: Bruchversuche an Stahlbetonkonsolen, Veränderung des Bewehrungsgrades. Abschlußbericht. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Karlsruhe 1983.
- [7] EIBL J., ZELLER W.: Untersuchungen zur Traglast der Druckdiagonalen in Konsolen, Beton und Stahlbetonbau, V. 88, Heft 1, 1993.
- [8] FOSTER S.J., GILBERT R.I.: The Design of Nonflexural Members with Normal and High-Strength Concretes, ACI Structural Journal, V. 93, No. 1, January – February 1996.
- [9] FOSTER S.J., POWELL R.E., Selim H.S.: Performance of High-Strength Concrete Corbels, ACI Structural Journal, V. 93, No. 5, September – October 1996.
- [10] FRANZ G., NIEDENHOFF H.: Die Bewehrung von Konsolen und gedrunenen Balken, Beton und Stahlbetonbau, nr 5, 1963.
- [11] FRANZ G.: Stützenkonsolen, Beton und Stahlbetonbau nr 4, 1976.
- [12] GODYCKI-ĆWIRKO T.: Corbels in hinged connections of RC beams and frames, Inżynieria i Budownictwo, nr 1, 1973, (in Polish).
- [13] GODYCKI-ĆWIRKO T.: Mechanic of concrete, (in Polish), Warszawa: Arkady 1983, p. 344.
- [14] GODYCKI-ĆWIRKO T., NAGRODZKA-GODYCKA K.: Crack morphology and load carrying capacity of rectangular corbels strengthened with external prestressing bars (in Polish), XLVIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Opole-Krynica, 2, 2002,
- [15] GODYCKI-ĆWIRKO T., NAGRODZKA-GODYCKA K.: „Design of RC corbels according to PN-B-03264:2002, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo nr 2, 2003.
- [16] HAGBERG T.: Zur Bemessung der Konsole (Eine Betrachtung mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit), Beton und Stahlbetonbau, nr 3, 1966.
- [17] HAGBERG T.: Design of Concrete Brackets: On the Application of the Truss Analogy, ACI Journal No. 1-2, January – February 1983.
- [18] HAHN V.: Das hochgezogene Auflager im Betonfertigteiltbau. Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaues. Berlin – München: Festschrift Franz, Ernst und Sohn Verlag 1969.
- [19] HERMANSEN B.J., COWAN J.: Modified Shear-Friction Theory for Bracket Design, ACI Journal, Proceedings V. 71, No. 2, 1974.
- [20] KRIZ L.B., RATHS C.H.: Connections in Precast Concrete Structures – Strength of Corbels, Journal Prestressed Concrete Institute, February 1965.
- [21] LEON A.: Über das Mass der Anstrengung bei Beton, Ingenieur Archiv, Band IV, 1933.

Stahlbetonbau nr 1, 1975.

- [24] MATTOCK A.H., CHEN K.C., SOONGSWANG K.: The Behavior of Reinforced Concrete Corbels, Journal Prestressed Concrete Institute, March - April 1976.
- [25] MEHMEL A., BECKER G.: Zur Schubbemessung des kurzen Kragarmes, Der Bauingenieur, nr 6, 1965.
- [26] MEHMEL A., FREITAG W.: Tragfähigkeitsversuche an Stahlbetonkonsolen, Der Bauingenieur, nr 10, 1967.
- [27] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Crack morphology and load carrying capacity of RC corbels, (in Polish), XXXIV Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Gliwice-Krynica 1988.
- [28] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Contribution to the design of RC corbels under short-term load on the upper edge, (in Polish), Archiwum Inżynierii Lądowej, t. 37, 1991.
- [29] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Behavior of Corbels with External Prestressing Bars - Experimental Study, ACI Structural Journal, V. 96, No. 6, November - December 1999.
- [30] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Reinforced concrete corbels. Experimental research, theory and design, (in Polish), Monograph No. 21, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2001, p.263.
- [31] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Experimental research of very short reinforced concrete corbels, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo nr 6, 2001.
- [32] NAGRODZKA-GODYCKA K., GODYCKI-ĆWIRKO T.: Experimental research of dapped-end beams, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo nr 12, 2002.
- [33] NIEDENHOFF H.: Untersuchungen über das Tragverhalten von Konsolen und kurzen Kragarmen, Diss. T.H., Karlsruhe 1961.
- [34] NIELSEN M.P., BRAESTRUP M.W., JENSEN B.F., BACH F.: Concrete Plasticity, Beam-Shear in Joints, Punching Shear, Publ. of the Danish Soc. for Struct. Scien. and Eng. T.U. Lyngby, Copenhagen, Denmark, nr 129, 1978.
- [35] PN-84/B-03264, Design of Concrete Structure, (in Polish).
- [36] PN-B-03264:1999, Design of Concrete Structure, (in Polish).
- [37] PN-B-03264:2002, Design of Concrete Structure, (in Polish).
- [38] prEN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings – Final Draft, December 2003
- [39] EN 1990:2002, Eurocode – Basic of structural design.
- [40] RAUSCH E.: Berechnung der Abbiegungen gegen Abscheren, Der Bauingenieur nr 7, 1922.
- [41] RAUSCH E.: Drillung (Torsion) Schub und Scheren im Stahlbetonbau. Düsseldorf: VDI – Verlag 1953.
- [42] REICH E.: Hohe Konsolen, Mdelstatische Untersuchungen, Bemessungsvorschlag. Düsseldorf: Werner Verlag 1983.
- [43] ROGOWSKY D.M., MCGREGOR J.G.: Shear Strength of Deep Beams, Structural Engineering Report, No. 110, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, November 1983.
- [44] ROGOWSKY D.M., MCGREGOR J.G.: Design of Reinforced Concrete Deep Beams, Concrete International, August 1986.

-
- [22] LEWICKI B.: Safety management, Chapter 1 in: Scientific Commentary to PN-B-03264:2002, Design of concrete structures (in Polish), ITB Warszawa 2005.
- [23] MANN W.: Über die Ausbildung von Balkenauflegern und Auflagerkonsolen aus Stahlbeton, Beton und Stahlbetonbau nr 1, 1975.
- [24] MATTOCK A.H., CHEN K.C., SOONGSWANG K.: The Behavior of Reinforced Concrete Corbels, Journal Prestressed Concrete Institute, March - April 1976.
- [25] MEHMEL A., BECKER G.: Zur Schubbemessung des kurzen Kragarmes, Der Bauingenieur, nr 6, 1965.
- [26] MEHMEL A., FREITAG W.: Tragfähigkeitsversuche an Stahlbetonkonsolen, Der Bauingenieur, nr 10, 1967.
- [27] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Crack morphology and load carrying capacity of RC corbels, (in Polish), XXXIV Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Gliwice-Krynica 1988.
- [28] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Contribution to the design of RC corbels under short-term load on the upper edge, (in Polish), Archiwum Inżynierii Lądowej, t. 37, 1991.
- [29] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Behavior of Corbels with External Prestressing Bars - Experimental Study, ACI Structural Journal, V. 96, No. 6, November - December 1999.
- [30] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Reinforced concrete corbels. Experimental research, theory and design, (in Polish), Monograph No. 21, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2001, p.263.
- [31] NAGRODZKA-GODYCKA K.: Experimental research of very short reinforced concrete corbels, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo nr 6, 2001.
- [32] NAGRODZKA-GODYCKA K., GODYCKI-ĆWIRKO T.: Experimental research of dapped-end beams, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo nr 12, 2002.
- [33] NIEDENHOFF H.: Untersuchungen über das Tragverhalten von Konsolen und kurzen Kragarmen, Diss. T.H., Karlsruhe 1961.
- [34] NIELSEN M.P., BRAESTRUP M.W., JENSEN B.F., BACH F.: Concrete Plasticity, Beam-Shear in Joints, Punching Shear, Publ. of the Danish Soc. for Struct. Scien. and Eng. T.U. Lyngby, Copenhagen, Denmark, nr 129, 1978.
- [35] PN-84/B-03264, Design of Concrete Structure, (in Polish).
- [36] PN-B-03264:1999, Design of Concrete Structure, (in Polish).
- [37] PN-B-03264:2002, Design of Concrete Structure, (in Polish).
- [38] prEN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings – Final Draft, December 2003
- [39] EN 1990:2002, Eurocode – Basic of structural design.
- [40] RAUSCH E.: Berechnung der Abbiegungen gegen Abscheren, Der Bauingenieur nr 7, 1922.
- [41] RAUSCH E.: Drillung (Torsion) Schub und Scheren im Stahlbetonbau. Düsseldorf: VDI – Verlag 1953.
- [42] REICH E.: Hohe Konsolen, Mdelstatische Untersuchungen, Bemessungsvorschlag. Düsseldorf: Werner Verlag 1983.
- [43] ROGOWSKY D.M., MCGREGOR J.G.: Shear Strength of Deep Beams, Structural Engineering Report, No. 110, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, November 1983.

-
- [45] ROBINSON J.R.: L'Armature des Consoles Courtes. Berlin – München: Festschrift Franz, Ernst und Sohn Verlag 1969.
- [46] ROBINSON J.R.: Éléments, Constructifs Spéciaux du Béton Armé. Paris: Éditions Eyrols 1975.
- [47] STEINLE A.: Zum Tragverhalten ausgeklinkter Trägerenden, *Betontag* 1975.
- [48] SCHLAICH J.: Zum einheitlichen Bemessung von Stahlbetontragwerken, *Beton und Stahlbetonbau* nr 4, 1984.
- [49] SCHLAICH J., SCHÄFER K.: Konstruieren im Stahlbetonbau, *Beton Kalender*, Teil II. Berlin: Ernst und Sohn Verlag 1984.
- [50] VECCHIO F.J., COLLINS M.P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Journal*, March - April 1986.
- [51] VECCHIO F.J., COLLINS M.P.: Compression Response of Cracked Reinforced Concrete, *Journal of Structural Engineering ASCE*, V. 119, No. 12, December 1993.
- [52] VECCHIO F.J.: Disturbed Stress Field Model For Reinforced Concrete: Formulation, *Journal of Structural Engineering ASCE*, V. 126, No. 9, September 2000.
- [53] WARWICK W.B., FOSTER S.J.: Investigation into the Efficiency Factor Used in Nonflexural Reinforced Concrete Member Design, *UNICIV Report R - 320*. Univ. of New South Wales, July 1993.
- [54] WINDISCH A.: Das Model der charakteristischen Bruchquerschnitte, *Beton und Stahlbetonbau*, Heft 9, 1988.
- [55] YONG Y.K., BALAGURU P.: Behavior of Reinforced High - Strength Concrete Corbels, *Journal of Structural Engineering ASCE*, V. 120, No. 4, April 1994.
- [56] ZAKRZEWSKI S.: Load carrying capacity and crack resistance of dapped-end beams, *Design of Concrete Structure*, (in Polish), *Inżynieria i Budownictwo* nr 7, 1973.
- [57] ZALEWSKI W.: Origin of force flux method, *Design of Concrete Structure*, (in Polish), *Inżynieria i Budownictwo*, nr 2, 2003.
- [58] ZARZYCKI A.: Experimental research of load carrying capacity and crack resistance of RC corbels for SBO system, *Design of Concrete Structure*, (in Polish), XVIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1972.
- [59] ZARZYCKI A.: Load carrying capacity and crack resistance of RC corbels, PhD thesis (in Polish), Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1973.
- [60] ZHANG L.X.B., HSU T.T.C.: Behavior and Analysis of 100 MPa Concrete Membrane Elements, *Journal of Structural Engineering ASCE*, V. 124, No. 1, January 1998.

-
- [44] ROGOWSKY D.M., MCGREGOR J.G.: Design of Reinforced Concrete Deep Beams, Concrete International, August 1986.
- [45] ROBINSON J.R.: L'Armature des Consoles Courtes. Berlin – München: Festschrift Franz, Ernst und Sohn Verlag 1969.
- [46] ROBINSON J.R.: Éléments, Constructifs Spéciaux du Béton Armé. Paris: Éditions Eyrolles 1975.
- [47] STEINLE A.: Zum Tragverhalten ausgeklinkter Trägerenden, Betontag 1975.
- [48] SCHLAICH J.: Zum einheitlichen Bemessung von Stahlbetontragwerken, Beton und Stahlbetonbau nr 4, 1984.
- [49] SCHLAICH J., SCHÄFER K.: Konstruieren im Stahlbetonbau, Beton Kalender, Teil II. Berlin: Ernst und Sohn Verlag 1984.
- [50] VECCHIO F.J., COLLINS M.P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI Journal, March - April 1986.
- [51] VECCHIO F.J., COLLINS M.P.: Compression Response of Cracked Reinforced Concrete, Journal of Structural Engineering ASCE, V. 119, No. 12, December 1993.
- [52] VECCHIO F.J.: Disturbed Stress Field Model For Reinforced Concrete: Formulation, Journal of Structural Engineering ASCE, V. 126, No. 9, September 2000.
- [53] WARWICK W.B., FOSTER S.J.: Investigation into the Efficiency Factor Used in Nonflexural Reinforced Concrete Member Design, UNICIV Report R - 320. Univ. of New South Wales, July 1993.
- [54] WINDISCH A.: Das Model der charakteristischen Bruchquerschnitte, Beton und Stahlbetonbau, Heft 9, 1988.
- [55] YONG Y.K., BALAGURU P.: Behavior of Reinforced High - Strength Concrete Corbels, Journal of Structural Engineering ASCE, V. 120, No. 4, April 1994.
- [56] ZAKRZEWSKI S.: Load carrying capacity and crack resistance of dapped-end beams, Design of Concrete Structure, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo nr 7, 1973.
- [57] ZALEWSKI W.: Origin of force flux method, Design of Concrete Structure, (in Polish), Inżynieria i Budownictwo, nr 2, 2003.
- [58] ZARZYCKI A.: Experimental research of load carrying capacity and crack resistance of RC corbels for SBO system, Design of Concrete Structure, (in Polish), XVIII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1972.
- [59] ZARZYCKI A.: Load carrying capacity and crack resistance of RC corbels, PhD thesis (in Polish), Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1973.
- [60] ZHANG L.X.B., HSU T.T.C.: Behavior and Analysis of 100 MPa Concrete Membrane Elements, Journal of Structural Engineering ASCE, V. 124, No. 1, January 1998.

Relación de Personal Titulado de INTEMAC

Arquitectos

Benito Díez, María Pilar
Fernández Sáez, Ana María
Fraile Mora, Serafín
González Balseyro, María José
López-Nava Muñoz, Alberto Ignacio
Luzón Cánovas, José M^a
Sánchez Arroyo, Jesús M^a
Sevilla Bombín, Esther María
Sicilia Mañá, Beatriz

Ingeniero Aeronáutico

- * París Loreiro, Angel
- Moreno Toriz, Juan José

Ingenieros de Caminos

- Baena Alonso, Eva
Barrios Corpa, Jorge
- * Barrios Corpa, Roberto
- Brandán Gordillo, Rubén
- * Calavera Ruiz, José
- Calderón Bello, Enrique
Castillo Fernández, Luis Javier
Corbacho Vicioso, José Angel
Cortés Bretón, Juan María
Corral Folgado, Claudio
De la Cuerda del Olmo, Francisco Javier
De la Fuente Gómez, Ana Isabel
Dávila Sánchez-Toscano, Suyapa
Díaz Heredia, Elena
Díaz Lozano, Justo
Díaz Pavón Cuaresma, Eduardo
Encinar Arroyo, Antonio
Fernández García, Susana
- * Fernández Gómez, Jaime Antonio
- Fernández Montes, David Constantino
García de Diego Cano, Eva María
González González, Juan José
González Reyero, Carlos
- * González Valle, Enrique
 - * Hostalet Alba, Francisco
 - * Izquierdo Bernaldo de Quirós, José M^a
- Jiménez Ortiz, Gonzalo
- * Ley Urzaiz, Jorge
- Martínez Hidalgo, José
Munugarren Martínez, Miguel Angel
Penadés Olaso, Sergio
Pérez García, Noemí
Rodríguez Escribano, Raúl Rubén
- * Rodríguez Romero, Jesús M^a
- Rueda Contreras, Jorge Ladislao
Ruiz Fuentes, María Josefa
Ruiz Jiménez-Alfaro, Felipe
Sanz Pérez, Lorenzo
Sirvent Sirvent, Enrique
Tapia Menéndez, José
Torre Cobo, María Carmen

Torres Pérez, Elisa
Valdés Fernández de Alarcón, Pablo
Villanueva Ramírez, Santiago

Ingeniero en Cartografía y Geodesia

López-Canti Casas, Elisa

Ingenieros Civiles

Almeida da Silva, Pedro Miguel
Sarabando Diamantino, Francisco José
Teixeira Martins, Hermano Tiago

Ingenieros Geólogos

Catalán Navarro, Antonio
Hernández Alvarez, José Luis

Ingeniero I.C.A.I.

Marín Estévez, Gonzalo

Ingenieros Industriales

- * Alvarez Cabal, Ramón Amado
- Argüelles Galán, Manuel
Arroyo Arroyo, José Ramón
Armengou Lacalle, María Teresa
Bayonne Sopo, Enrique
De la Cruz Morón, Diego
De la Iglesia Rodríguez, Beatriz Marta
Estrada Gómez, Rafael
García Malpartida, Javier
González Carmona, Manuel
Ibañez Mayayo, Miguel
Liébana Ramos, Miguel Angel
Lorient Otal, Iván
López Bravo, Soraya
Martos Ojanguren, Víctor
Pou Esquiús, Carles
Ramírez de la Pinta, Rubén
Rioja San Martín, Oscar
Suárez Fernández, Antonio
Torruella Martínez, Josep M^a
- * Valenciano Carles, Federico

Ingeniero de Materiales

Sáez Comet, Carlos

Ingeniero de Minas

González Feito, Pedro Victorino
Ramos Sánchez, Adelina

Ingeniero de Montes

Pérez Fuentes, María Esther

Dra. en Geografía e Historia

Calavera Vayá, Ana María

Licenciada en Administración y Dirección de Empresas

Peñales Gómez, Natalia

NOTA: Todo el personal de INTEMAC trabaja en dedicación completa y exclusiva, con la excepción de las personas arriba indicadas con * a las que se autoriza la dedicación a la Enseñanza Universitaria en régimen de dedicación parcial.

Licenciado en Ciencias Ambientales

Gil Esteban, Luis Miguel

Licenciado en C. Económicas y Empresariales

González Chavero, Antonio

Licenciado en Ciencias Físicas

Salas Roa, Luis David

Licenciados en Ciencias Químicas

Fernández Sendino, Marta
Grandes Velasco, Sylvia María
Iglesias Hernaiz, María Angeles
López Sánchez, Pedro
Morgado Sánchez, José Carlos

Licenciados en Derecho

González del Olmo, Alfredo
Jarillo Cerrato, Pedro

Licenciada en Filología Hispánica

Valentín Sierra, M^a Consuelo

Licenciados en Geología

Blanco Zorroza, Alberto
Casado Chinarro, Alejandro
Catalán Navarro, Antonio
López Velilla, Oscar
Martín López, Jesús Heliodoro
Salado Rodilla, Luis
Usillos Espín, Pablo

Arquitectos Técnicos

Carrato Moñino, Rosa M^a
Fernández Jiménez, Amelia
Galán Rivera, Sofía
Montejano Jiménez, María del Carmen
Muñoz Mesto, Angel
Muñoz Ortega, Andrés
Sanz Burgueño, Miguel Angel
Suárez Leira, Víctor
Vaquero Navarro, Carlos
Vicente Minguela, Francisco

Ingenieros Técnicos Industriales

Alcubilla Villanueva, Rubén
Alvarez Pascual, Javier
Bernal Romero, Manuel Angel
Campano Pérez, María Josefa
Díaz-Trechuelo Laffón, Antonio
García Campos, María de la Luz
Gil Ginesta, Juan Carlos
Madueño López, Javier
Madueño Moraño, Antonio
Martos Sánchez, Rafael
Muñoz Garijo, Francisco Javier
Pérez Berenguer, José Gil
Piñeiro Herrero, Alberto
Rodríguez Luque, Ana María
Sáez Comet, Carlos

Sánchez Bueno, Juan Jesús
Santos Barrero, Francisco Javier
Villar Riñones, Jesús

Ingeniero Técnico en Informática de Gestión

Esteban Pérez, Ramón

Ingeniero Técnico de Minas

Fernández Terán, Francisco Javier
Sillero Arroyo, Andrés

Ingenieros Técnicos Obras Públicas

Carrero Crespo, Rafael
Galán de Cáceres, M^a del Puerto
González Isabel, Germán
González Nuño, Luis
Hernández Velasco, M^a Concepción
Llort Mac Donald, Daniel
Martínez Vicente, Cristina
Mata Soriano, Juan Carlos
Mazuecos Salas, Ildefonso
Montiel Sánchez, Ernesto
Muñoz Martín, Jesús
Muñoz Mesto, Angel
Ortiz del Campo, Natalia
Ozaetta Cabrera, José Aníbal
Pino Vaquero, José Angel
Prieto Malillos, Raquel
Rivera Jiménez, Marta
Romero García, Daniel
Rosa Moreno, José Andrés
Rozas Hernando, José Juan
Sánchez Tomé, Elena
Sillero Olmedo, Rafael
Soto López, Elena del
Vicente Girón, Susana

Ingeniero Técnico de Telecomunicación

Vicent Cantero, Francisco José

Ingenieros Técnicos Topógrafos

Barragán Bermejo, M^a Vicenta
Carreras Ruiz, Francisco
Lana Campos, Rebeca
López Jiménez, Luis
Molero Vicente, M^a Isabel
Sánchez Martín, María de la O
Torés Campos, Ana M^a

Técnicos en Administración de Empresas

Cebrián Sobrino, M^a José
González del Olmo, M^a de la Peña de F.

Técnico en Internet y Correo Electrónico

Calavera Vayá, Rafael

Técnico en Publicidad

Blanco Armas, Cristina

Topógrafo

Alquézar Falceto, Ricardo

NOTA: Todo el personal de INTEMAC trabaja en dedicación completa y exclusiva, con la excepción de las personas arriba indicadas con * a las que se autoriza la dedicación a la Enseñanza Universitaria en régimen de dedicación parcial.

CUADERNOS INTEMAC

CUADERNOS INTEMAC es una publicación trimestral, bilingüe en español e inglés, en forma de monografías que recogen trabajos realizados por los técnicos del Instituto o presentados en los Cursos y Conferencias organizados por el mismo.

Los temas tratados cubren tanto el campo de las Obras Públicas como el de la Edificación y sus Instalaciones.

Precio de la suscripción Año 2007: 31€



ULTIMOS TITULOS PUBLICADOS

Cuaderno N° 68

"Análisis sobre el tratamiento normativo de la instrucción EHE y del Eurocódigo 2 en relación con los estados límites últimos en punzonamiento y de esfuerzo cortante en zapatas de hormigón armado"

Autores: J. CALAVERA RUIZ
J. M^o RODRÍGUEZ ROMERO

Cuaderno N° 69

"Ménsulas cortas y vigas de apoyo a media madera de hormigón armado"

Autora: Krystyna Nagrodzka-Godycka

CUADERNOS DE PROXIMA APARICION

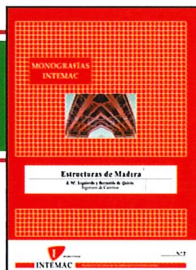
Cuaderno N° 70

"Influencia de diferentes variables en el comportamiento a flexión de secciones de hormigón armado, reforzados con materiales compuestos"

Autora: Elena Díaz Heredia

Consulte lista completa de la Colección

MONOGRAFÍAS INTEMAC



Publicación de INTEMAC con un carácter eminentemente práctico destinada a tratar temas muy concretos que, o bien presentan un nivel de problemas acusado en la práctica, o bien están insuficientemente cubiertos por la Normativa y la documentación técnica correspondientes.

MONOGRAFÍA INTEMAC N° 5

"Mantenimiento y reparación de paramentos de hormigón".

Autores: R. Barrios Corpa, C. Beteta Cejudo, E. Díaz Heredia, Prof. J. Fernández Gómez, J. M^o. Rodríguez Romero.

Precio de la Monografía 38 €

MONOGRAFÍA INTEMAC N° 6

"Patología, técnicas de intervención y limpieza de fábricas de ladrillo".

Autores: P. López Sánchez, J. M^o. Luzón Cánovas, I. Martínez Pérez, A. Muñoz Mesto, A. Fernández Sáez.

Precio de la Monografía 38 €

MONOGRAFÍA INTEMAC N° 7

"Estructuras de madera".

Autores: J. M^o. Izquierdo y Bernaldo de Quirós.

Precio de la Monografía 38 €

NOTAS DE INFORMACIÓN TÉCNICA NIT



Con independencia de la serie Cuadernos de INTEMAC, de la que se publica un número trimestral, bilingüe en español e inglés, en INTEMAC se producen, con acentuada frecuencia, notas de información sobre aspectos concretos que pensamos que no solamente tienen una utilidad interna, sino que pueden resultar interesantes para muchos Técnicos de la Construcción.

Las Notas se envían únicamente por correo (pago por transferencia o tarjeta de crédito).

NIT-5 (06)

Influencia de la oxidación y de las manchas de mortero sobre la adherencia de armaduras de hormigón

J. Calavera Ruiz; A. Delibes; J. M^o Izquierdo y Bernaldo de Quirós; G. González Isabel

Edición en español, en color. 12 páginas

P.V.P.: 14 euros

NIT-6 (07)

El previsible descenso de la seguridad en pilares con la entrada en vigor del Eurocódigo EC-2, y la necesidad de un control estricto de la calidad del hormigón en pilares

J. Calavera Ruiz

Edición en español. 10 páginas P.V.P.: 12 euros

VÍDEOS TÉCNICOS Y DVD'S

Muestreo de hormigón fresco. Fabricación y ensayo de probetas de hormigón.

N° 2001 (1-1)

Contempla de forma completa y detallada el proceso de toma de muestras de hormigón fresco en obra, la medida de la consistencia con el Cono de Abrams, fabricación de probetas, curado en obra, transporte al laboratorio, curado en cámara, refrentado y ensayo a compresión.

Esta nueva versión del vídeo 8801 (1), introduce las modificaciones de EHE y un sistema de estudio de la distribución de presiones de la prensa sobre la probeta así como los aspectos particulares del ensayo de hormigones de alta resistencia.

30 minutos - 25 €



Fabricación y control de calidad de barras y mallas para hormigón armado.

N° 2002 (1-2)

Muestra el proceso de laminación en fábrica de las barras y alambres, la fabricación de mallas y los ensayos de tracción, doblado, arrancamiento de nudos y determinación de las características geométricas del corrugado y el ensayo de Beam-test para la determinación de las características de adherencia.

30 minutos - 25 €



Compresión centrada en hormigón armado.

N° 2002 (1-4)

Contempla la rotura de siete pilares a escala real, variando resistencias de hormigón desde 25 N/mm² a 100N/mm², las cuantías de armaduras, la separación de estribos y la velocidad de carga conectando todo ello con las fórmulas de cálculo.

35 minutos - 25 €



Flexión simple en hormigón armado.

N° 2002 (1-3)

Incluye el ensayo a rotura de cinco vigas a escala real, con diferentes cuantías y diferentes desarrollos de adherencia conectando todo ello con las fórmulas de cálculo.

35 minutos - 25 €



Esfuerzo cortante en hormigón armado.

N° 2002 (1-5)

Muestra el ensayo a rotura de cinco vigas a escala real, con diferentes formas de rotura por corte (Tracción diagonal, corte flexión, compresión diagonal, etc.) conectando todo ello con las fórmulas de cálculo.

25 minutos - 25 €



BOLETÍN BIBLIOGRÁFICO

INTEMAC viene realizando desde su fundación un BOLETIN BIBLIOGRAFICO para uso interno, que ofrece, en una lectura rápida, un panorama general de todas las publicaciones técnicas disponibles. Desde 1991, esta publicación bimestral, ha sido puesta a disposición del público.

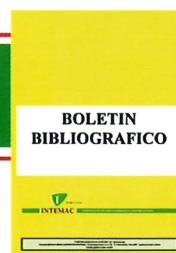
EL BOLETIN BIBLIOGRAFICO incluye:

Fotocopia del índice y de los resúmenes de los artículos contenidos en las 105 revistas técnicas que se reciben en el Instituto referentes a los campos de la Edificación, Instalaciones, Obras Públicas y Urbanismo. Una sección de Normativa reciente, nacional y extranjera.

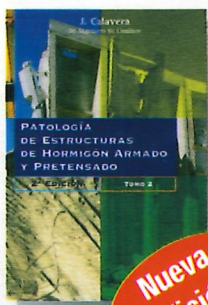
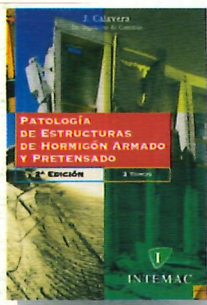
Secciones de Bibliografía y Cursos.

Una sección de Congresos, Reuniones Técnicas y Ferias de próxima celebración en todo el mundo.

Tarifa de suscripción anual (6 números) 200 €



Consulte otras publicaciones
www.intemac.es



Nueva edición

Patología de estructuras de hormigón armado y pretensado

2ª edición (2 tomos)

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)

Precio: 135 €



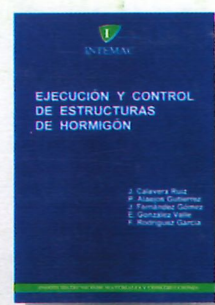
Nueva publicación

Fichas de ejecución de obras de hormigón

2ª edición

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)

Precio: 56 €

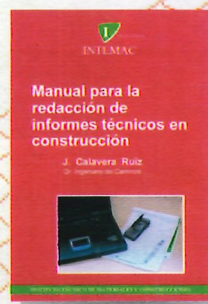


Nueva publicación

Ejecución y control de estructuras de hormigón

J. Calavera, P. Alaejos Gutiérrez,
J. Fernández Gómez, E. González Valle,
F. Rodríguez García

Precio: 113 €



Manual para la redacción de informes técnicos en construcción

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)

Precio: 80 €



Manual de Ferralla

3ª edición

J. Calavera, E. González Valle,
J. Fernández Gómez, F. Valenciano

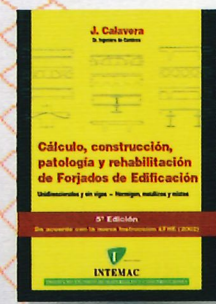
Precio: 45 €



Proyecto de estructuras de hormigón con armaduras industrializadas

J. Calavera, E. González Valle,
J. Fernández Gómez, F. Valenciano

Precio: 50 €

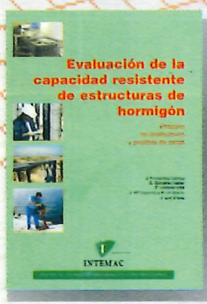


Cálculo, construcción, patología y rehabilitación de forjados de edificación

5ª edición

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)

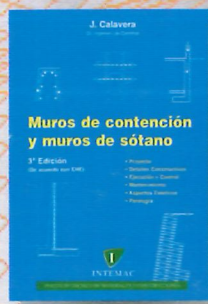
Precio: 113 €



Evaluación de la capacidad resistente de estructuras de hormigón

J. Fernández Gómez, G. González Isabel,
F. Hostalet Alba, J. Mª Izquierdo, J. Ley Urzaiz

Precio: 64 €

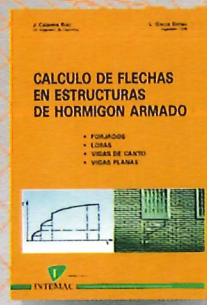


Muros de contención y muros de sótano

3ª edición

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)

Precio: 80 €



Cálculo de flechas en estructuras de hormigón armado

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)
L. García Dutari (Ingeniero Civil)

Precio: 53 €



Manual de detalles constructivos en obras del hormigón armado

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)

Libro: 123 € - CD-ROM 198 €



INTEMAC

Mario Roso de Luna, 29, Ed. 12 - 28022 MADRID

TEL.: 91 327 74 00 • FAX: 91 327 74 20

e-mail: intemac@intemac.es

www.intemac.es

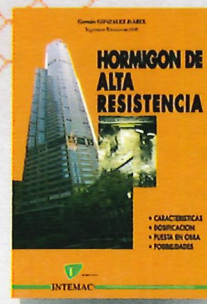


Cálculo de estructuras de cimentación

4ª edición

J. Calavera (Dr. Ingeniero de Caminos)

Precio: 80 €



Hormigón de alta resistencia

G. González-Isabel (Ingeniero Técnico de O. P.)

Precio: 47 €



Tecnología y propiedades mecánicas de hormigón

A. Delibes (Dr. Ingeniero de Caminos)

Precio: 57 €