

CUADERNOS INTEMAC

Generalización de la Fórmula de Cuantía Mínima a Secciones de Forma Cualquiera

Generalization of the Formula for Minimum Steel Ratio of all Types of Sections in Bending

Prof. José Calavera Ruiz

Luis García Dutari



INTEMAC

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES

Nº 1

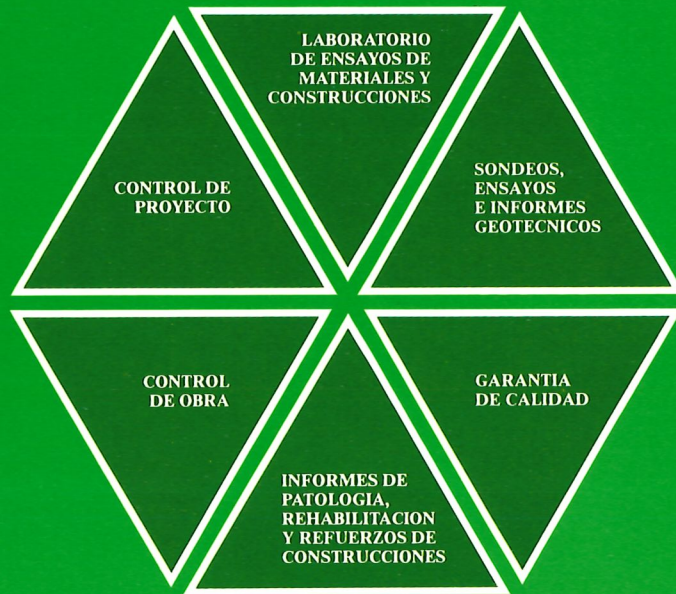
1.º TRIMESTRE. '91



INTEMAC

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES

OBRAS PUBLICAS
EDIFICACION
INSTALACIONES



INTEMAC
AUDIT



AUDITORIA TECNICO-ECONOMICA
DE CONSTRUCCIONES

GENERALIZACION DE LA FORMULA DE CUANTIA MINIMA
A SECCIONES DE FORMA CUALQUIERA

GENERALIZATION OF THE FORMULA FOR MINIMUM STEEL RATIO
OF ALL TYPES OF SECTIONS IN BENDING

Prof. José Calavera Ruiz(*)
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Doctor in Civil Engineering

Luis García Dutari(**)
Ingeniero Civil
Civil Engineer

(*) Presidente de INTEMAC. Catedrático de Edificación y Prefabricación de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de la Universidad Politécnica de Madrid.

(**) Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Tecnológica de Panamá. Doctorando en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de Madrid.

(*) President of INTEMAC. Professor of Building and Prefabrication at the School of Civil Engineering at the Universidad Politécnica de Madrid.

(**) Faculty of Civil Engineering at the Universidad Tecnológica de Panamá. Candidate for doctor's degree at the School of Civil Engineering in Madrid.

1. INTRODUCTION

The C.E.B. Standards establish the minimum steel ratio to prevent brittleness as the value:

$$\frac{U_s}{U_c} = \frac{A_s f_{yd}}{f_{cd} b d} \geq 0.04 \quad (*) \quad [1]$$

where:

- U_s = Mechanical capacity of tension reinforcement.
- U_c = Mechanical capacity of concrete section.
- A_s = Area of tension reinforcement.
- b = Width of rectangular section.
- d = Effective depth of the rectangular section.
- f_{yd} = Design Elastic limit of tension reinforcement.
- f_{cd} = Design strenght of concrete.

The formula is based on the condition, (fig. 1), that the mechanical capacity of the tension reinforcement, T_3 , is not smaller than the sum of the mechanical capacities of the concrete in flexural tension, T_1 , and of the tension reinforcement, T_2 , deduced in the hypothesis of compatibility of strains. The formula may be deduced more simply from the condition $T_3 \geq T_1$. In reference (1) the detailed development of the subject may be seen.

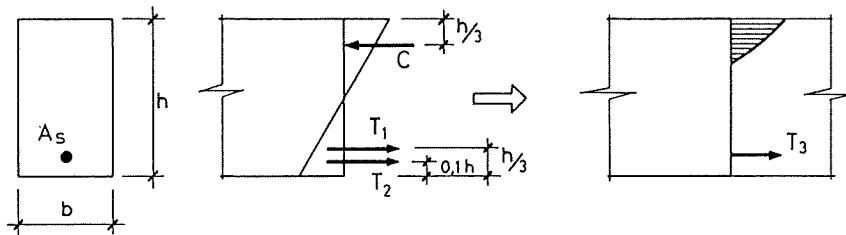


FIG. 1

The Spanish Code EH-73 (2) adopts this specification with the addition that if $\frac{U_s}{U_c} < 0.04$, provision be made for reinforcement equal to 1.33 times the necessary.

Said criteria amounts to an acceptance of brittle failure in bending, but with an increase of safety of 33% over that of ductile failure. This leads to several anomalies.

In 1981, J. CALAVERA (1) generalized the expression by the adoption of the formula:

$$A_{s, \min} = \left(1.5 - 12.5 \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \right) A_s \geq 0.04 \frac{A_c f_{cd}}{f_{yd}} \quad [2]$$

which gradually varied the raising of safety from 1 for $\frac{U_s}{U_c} = 0.04$ up to 1.5 for $\frac{U_s}{U_c} = 0$, and which eliminated the anomalies. This formula was adopted by Code EH-82.

Unfortunately formulas [1] and [2] are only applicable to rectangular sections. The Codes EH-73 and EH-82, however, have adopted them as general, establishing that in T sections, in formula [2] the width should be that of the web for the calculation $A_c = b d$.

(*) It should not be forgotten that there are other requirements with regards to minimum ratio, derived from the shrinkage and temperature conditions, which are not dealt with in the present work.

1. INTRODUCCION

La normativa procedente del C.E.B. estableció la cuantía mínima por razones de no fragilidad en el valor:

$$\frac{U_s}{U_c} = \frac{A_s f_{yd}}{f_{cd} b d} \geq 0,04 (*) \quad [1]$$

siendo:

- U_s = Capacidad mecánica de la armadura de tracción.
- U_c = Capacidad mecánica de la sección del hormigón.
- A_s = Área de la armadura de tracción.
- b = Ancho de la sección rectangular.
- d = Canto útil de la sección rectangular.
- f_{yd} = Límite elástico de cálculo de la armadura de tracción.
- f_{cd} = Resistencia de cálculo del hormigón.

La fórmula se deduce de la condición, (fig. 1), de que la capacidad mecánica de la armadura de tracción, T_3 , no sea inferior a la suma de las capacidades mecánicas del hormigón en flexotracción, T_1 , y de la armadura tracción, T_2 , deducida en la hipótesis de compatibilidad de deformaciones. Más simplemente, la fórmula puede deducirse de la condición $T_3 \geq T_1$. En la referencia (1) puede verse el desarrollo detallado del tema.

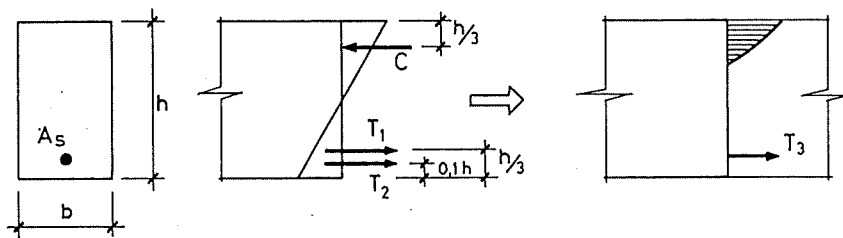


FIGURA 1

La normativa española EH-73 (2) adoptó esta especificación pero añadiendo que si $\frac{U_s}{U_c} < 0,04$, se dispondría una armadura igual a 1,33 veces la necesaria.

Dicho criterio equivalía a aceptar roturas frágiles en flexión, pero con un incremento de seguridad del 33% sobre el caso de rotura dúctil. Esto conducía a algunas anomalías.

En 1981 J. CALAVERA (1) generalizó la expresión mediante la adopción de la fórmula:

$$A_{s, \min} = \left(1,5 - 12,5 \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \right) A_s \geq 0,04 \frac{A_c f_{cd}}{f_{yd}} \quad [2]$$

que hacía variar la elevación de seguridad de manera gradual de 1 para $\frac{U_s}{U_c} = 0,04$ hasta 1,5 para $\frac{U_s}{U_c} = 0$, lo que suprimía las anomalías. Esta fórmula fue adoptada por EH-82.

Desgraciadamente las fórmulas [1] y [2] sólo son aplicables a secciones rectangulares. Sin embargo EH-73 y EH-82 las adoptaron con carácter general, estableciendo que en secciones nervadas, en la fórmula [2] el ancho b debía ser el del nervio, para el cálculo $A_c = b d$.

(*) No debe olvidarse que existen otros requisitos en cuanto a cuantía mínima, derivados de las condiciones de retracción y temperatura, de los cuales no se trata en el presente trabajo.

In 1985, J. CALAVERA (3) developed a general formula applicable to all types of sections. This formula was adopted by Code EH-88 and is as follows:

$$A_{s, \min} = A_s \left[1.5 - 1.95 \frac{A_s h f_{yd}}{f_{cd} W_1} \right] \geq 0.25 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{W_1}{h} \quad [3]$$

with the same significations as [1] and besides which:

h = Total depth of section.

W_1 = Resistant modulus of the extreme fibre in traction of the gross section of concrete.

However, formula [3], though of general character, is awkward for calculations of non rectangular sections due to the requirement of calculating W_1 .

There follows the solution to three problems of practical interest:

- In the first of which, tables are calculates to establish the minimum steel ratio of different types of sections, in particular T, II, I, box sections and typical beam-block floor sections.
- From a parametric study simplified formulas may be deduced for practical calculation.
- The results of this analysis are compared with the specifications of the Spanish Code for Floor Slabs. EF-88.

2. GENERAL FORMULAS

From formula [3]

$$A_{s, \min} = \left(1.5 - \frac{1.95 A_s h f_{yd}}{f_{cd} W_1} \right) A_s \leq 0.25 \frac{f_{cd} W_1}{f_{yd} h}$$

the formulas for the extreme fibres, naming, in accordance with fig. 2, $k_s h$, $k_i h$ as those distances of c.d.g. to the upper and lower extreme fibres, respectively and $I = k \frac{1}{12} b h^3$ at the moment of inertia, it is taken that:

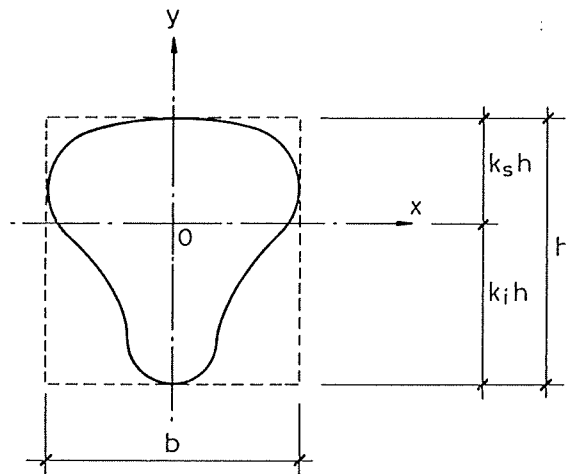


FIG. 2

En 1985 J. CALAVERA (3) desarrolló una fórmula general aplicable a secciones de forma cualquiera. Esta fórmula fue adoptada por EH-88 y es la siguiente:

$$A_{s, \min} = A_s \left[1,5 - 1,95 \frac{A_s h f_{yd}}{f_{cd} W_1} \right] \geq 0,25 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{W_1}{h} \quad [3]$$

con los mismos significados [1] y siendo además:

h = Canto total de la sección.

W_1 = Módulo resistente de la fibra extrema en tracción de la sección bruta de hormigón.

Sin embargo, la fórmula [3], si bien tiene carácter general, es de cálculo incómodo para secciones no rectangulares debido a la necesidad de calcular W_1 .

En lo que sigue se resuelven tres problemas de interés práctico:

- En primer lugar se calculan tablas para establecer cuantía mínima en secciones de diversos tipos, en particular T, TT, I, secciones en cajón y secciones típicas de forjados.
- A partir de un estudio paramétrico se deducen fórmulas simplificadas para el cálculo práctico.
- Se comparan los resultados de este análisis con las especificaciones de la Norma de Forjados EF-88.

2. FORMULAS GENERALES

A partir de la fórmula [3]

$$A_{s, \min} = \left(1,5 - \frac{1,95 A_s h f_{yd}}{f_{cd} W_1} \right) A_s \leq 0,25 \frac{f_{cd} W_1}{f_{yd} h}$$

las fórmulas para las fibras extremas, llamando, de acuerdo con la figura 2, $k_s h$, $k_i h$ las distancias del c.d.g. a las fibras extremas superior e inferior respectivamente e $I = k \frac{1}{12} b h^3$ al momento de inercia, se tiene:

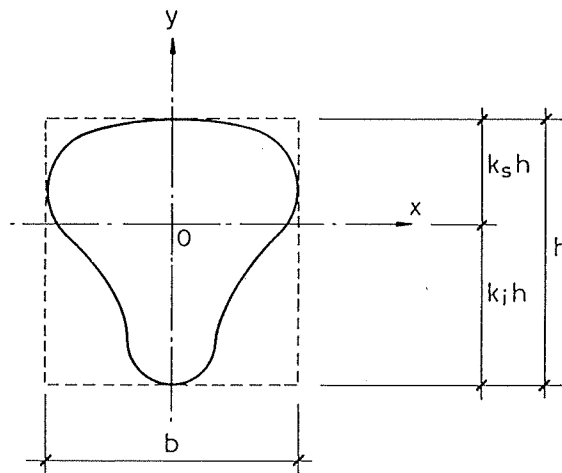


FIGURA 2

For negative moments (Upper fibre in traction)

$$A_{s, \min, \sup} = \left(1.5 - \frac{23.4 k_s A_s f_{yd}}{k f_{cd} b h} \right) A_s \leq \frac{k f_{cd} b h}{46.8 k_s f_{yd}}$$

naming
$$\lambda_s = \frac{23.4 k_s}{k} \cdot \frac{b_o}{b} \cdot \frac{d}{h} = 21.06 \frac{k_s}{k} \cdot \frac{b_o}{b} \quad [4]$$

$$A_{s, \min, \sup} = \left(1.5 - \lambda_s \frac{U_s}{U_c} \right) A_s \leq 0.49 \frac{U_c}{\lambda_s f_{yd}}$$

or that
$$\frac{A_{s, \min, \sup}}{A_s} = 1.5 - \lambda_s \frac{U_s}{U_c} \leq \frac{0.49}{\lambda_s} \cdot \frac{U_c}{U_s} \quad [5]$$

with
$$U_s = A_s f_{yd} \text{ y } U_c = b_o d f_{cd}$$

For positive moments (Lower fibre in traction)

Similarly

$$A_{s, \min, \inf} = \left(1.5 - \frac{23.4 k_i A_s f_{yd}}{k f_{cd} b h} \right) A_s \leq 0.49 \frac{U_c}{\lambda_i f_{yd}}$$

or that
$$\frac{A_{s, \min, \inf}}{A_s} = 1.5 - \lambda_i \frac{U_s}{U_c} \leq \frac{0.49}{\lambda_i} \cdot \frac{U_c}{U_s} \quad [6]$$

where
$$\lambda_i = 23.4 \frac{k_i}{k} \cdot \frac{b_o}{b} \cdot \frac{d}{h} = 21.06 \frac{k_i}{k} \cdot \frac{b_o}{b}$$

Table T-1 contains the values of λ_s and λ_i for those sections indicated in fig. 3.

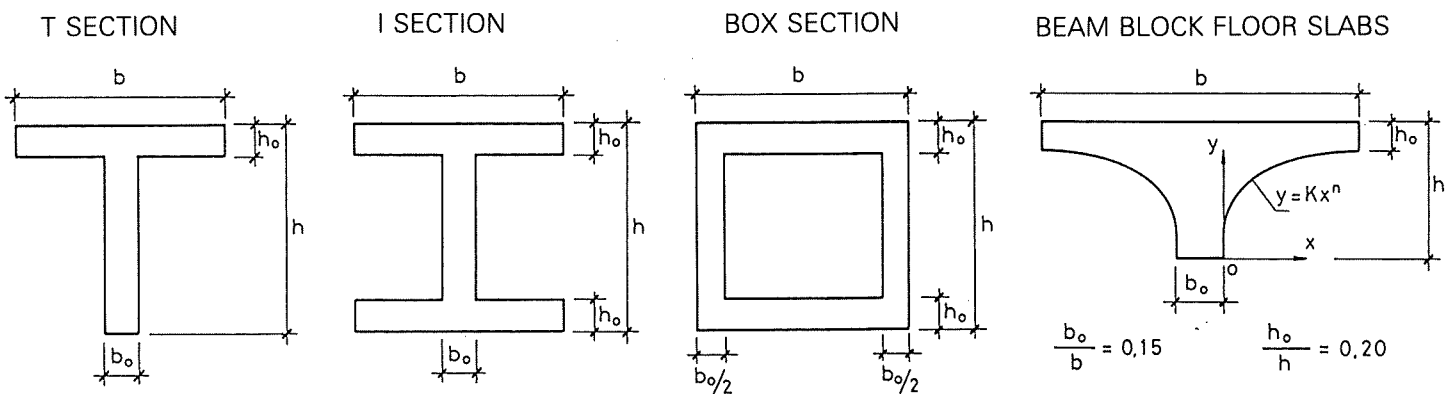


FIG. 3

(*) Supposing $d/h = 0.90$. If λ_s or λ_i is to be calculated for a different value of d/h , it is sufficient to divide those values of given in Table-1 by 0.9 and to multiply by the new ratio d/h .

Para momentos negativos (Fibra superior en tracción)

$$A_{s, \text{min, sup}} = \left(1,5 - \frac{23,4 k_s A_s f_{yd}}{k f_{cd} b h} \right) A_s \leq \frac{k f_{cd} b h}{46,8 k_s f_{yd}}$$

y llamando
$$\lambda_s = \frac{23,4 k_s}{k} \cdot \frac{b_o}{b} \cdot \frac{d}{h} = 21,06 \frac{k_s}{k} \cdot \frac{b_o}{b} (*) \quad [4]$$

$$A_{s, \text{min, sup}} = \left(1,5 - \lambda_s \frac{U_s}{U_c} \right) A_s \leq 0,49 \frac{U_c}{\lambda_s f_{yd}}$$

o bien,
$$\frac{A_{s, \text{min, sup}}}{A_s} = 1,5 - \lambda_s \frac{U_s}{U_c} \leq \frac{0,49}{\lambda_s} \cdot \frac{U_c}{U_s} \quad [5]$$

con
$$U_s = A_s f_{yd} \text{ y } U_c = b_o d f_{cd}$$

Para momentos positivos (Fibra inferior en tracción)

Análogamente

$$A_{s, \text{min, inf}} = \left(1,5 - \frac{23,4 k_i A_s f_{yd}}{k f_{cd} b h} \right) A_s \leq 0,49 \frac{U_c}{\lambda_i f_{yd}}$$

o bien,
$$\frac{A_{s, \text{min, inf}}}{A_s} = 1,5 - \lambda_i \frac{U_s}{U_c} \leq \frac{0,49}{\lambda_i} \cdot \frac{U_c}{U_s} \quad [6]$$

siendo
$$\lambda_i = 23,4 \frac{k_i}{k} \cdot \frac{b_o}{b} \cdot \frac{d}{h} = 21,06 \frac{k_i}{k} \cdot \frac{b_o}{b} (*)$$

La Tabla T-1 contiene los valores de λ_s y λ_i para las secciones indicadas en la figura 3.

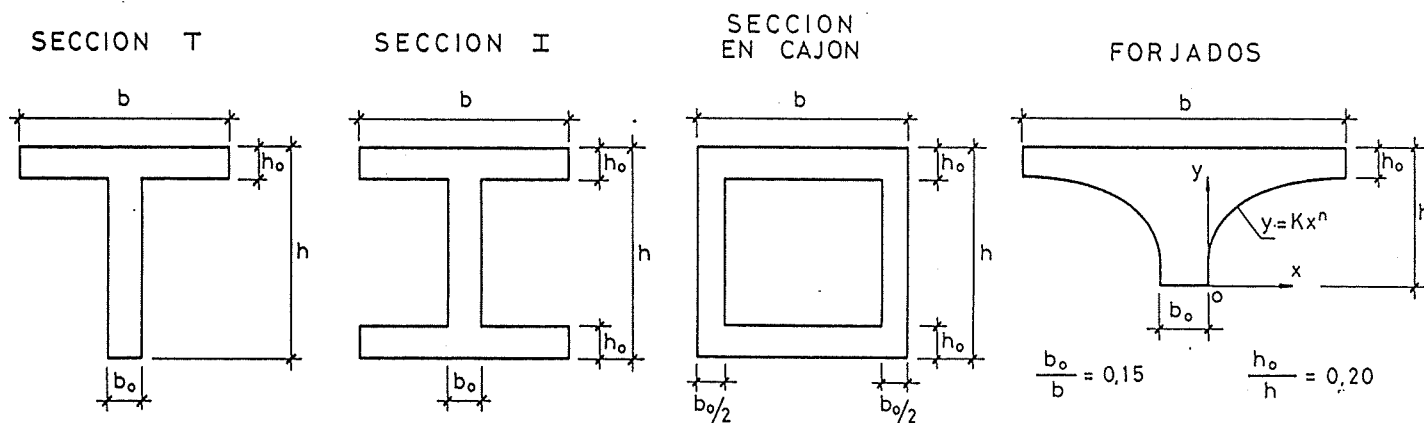


FIGURA 3

(*) Se supone $\frac{d}{h} = 0,90$. Si se quiere calcular λ_s ó λ_i para un valor distinto de d/h , basta dividir por 0,9 y multiplicar por la nueva razón d/h , los valores de λ dados en la Tabla T-1.

In the case of floor slabs the relations $\frac{b_o}{b} = 0.15$, $\frac{h_o}{h} = 0.20$, have been fixed in accordance with the usual values in practice, being able to adopt curve layouts with parabolas of degree $n = 1$ (straight), 2.5 and 10, with respect to the axes indicated in the figure. In practice, floor slabs usually have profiles corresponding to the values $n > 2$.

By providing the values of λ_s and λ_i , Table-1 enables that applications of the formula [3] to those sections considered, for negative and positive moments using formulas [5] and [6].

3. GENERAL CONCLUSIONS

From formula [3], considerations of minimum steel ratio begin to be taken into account when below that of:

$$1.5 - 1.95 \frac{A_s h f_{yd}}{f_{cd} W_1} = 1$$

or rather, from that of [5] and [6].

For positive moments: $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{\text{lim}} = \frac{0.5}{\lambda_i}$ [7]

For negative moments: $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{\text{lim}} = \frac{0.5}{\lambda_s}$ [8]

TABLE T-1

		SECTION										
		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	FLOORS SLABS $\left(\frac{b_o}{b} = 0.15 - \frac{h_o}{h} = 0.20\right)$			
		RECTAN- GULAR	SLENDER T	SOLID T	SLENDER I	SOLID I	SLENDER BOX	SOLID BOX	⑧ n = 1	⑨ n = 2	⑩ n = 5	⑪ n = 10
$\frac{b_o}{b}$		1	0.10	0.20	0.10	0.20	0.10	0.20	0.15	0.15	0.15	0.15
$\frac{h_o}{h}$		1	0.20	0.40	0.10	0.30	0.10	0.30	0.20	0.20	0.20	0.20
M ⁺	λ_i	11.17	6.91	7.51	1.95	2.22	1.95	2.22	3.70	4.55	5.64	6.23
	$\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{\text{lim}}$ ($U_c = f_{cd} b_o d$)	0.04	0.07	0.07	0.26	0.23	0.26	0.23	0.14	0.11	0.09	0.08
M ⁻	λ_s	11.7	2.22	3.46	1.95	2.22	1.95	2.22	2.29	2.49	2.71	2.80
	$\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{\text{lim}}$ ($U_c = f_{cd} b_o d$)	0.04	0.23	0.14	0.26	0.23	0.26	0.23	0.22	0.20	0.18	0.18

Para el caso de forjados se han fijado las relaciones $\frac{b_o}{b} = 0,15$, $\frac{h_o}{h} = 0,20$, de acuerdo con los valores usuales en la práctica, pudiendo adoptarse trazados de bovedilla con parábolas de grados $n = 1$ (recta), 2,5 y 10, respecto a los ejes indicados en la figura. Los forjados en la práctica suelen tener perfiles correspondientes a valores $n > 2$.

La Tabla T-1, al proporcionar los valores de λ_s y λ_i , permite la aplicación de la fórmula [3] a las secciones consideradas, para momentos positivos y negativos mediante las fórmulas [5] y [6].

3. CONCLUSIONES GENERALES

A partir de la fórmula [3], la cuantía por debajo de la cual comienzan a regir las consideraciones de cuantía mínima es:

$$1,5 - 1,95 \frac{A_s h f_{yd}}{f_{cd} W_1} = 1$$

o bien, a partir de [5] y [6].

Para momentos positivos: $\left(\frac{U_s}{U_c} \right)_{\text{lim}} = \frac{0,5}{\lambda_i}$ [7]

Para momentos negativos: $\left(\frac{U_s}{U_c} \right)_{\text{lim}} = \frac{0,5}{\lambda_s}$ [8]

TABLA T-1

		SECCION										
		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	FORJADOS $\left(\frac{b_o}{b} = 0,15 \frac{h_o}{h} = 0,20 \right)$			
		RECTAN- GULAR	T ESBELTA	T MACIZA	I ESBELTA	I MACIZA	CAJON ESBELTO	CAJON MACIZO	⑧ n = 1	⑨ n = 2	⑩ n = 5	⑪ n = 10
	$\frac{b_o}{b}$	1	0,10	0,20	0,10	0,20	0,10	0,20	0,15	0,15	0,15	0,15
	$\frac{h_o}{h}$	1	0,20	0,40	0,10	0,30	0,10	0,30	0,20	0,20	0,20	0,20
M ⁺	λ_i	11,17	6,91	7,51	1,95	2,22	1,95	2,22	3,70	4,55	5,64	6,23
	$\left(\frac{U_s}{U_c} \right)_{\text{lim}}$ ($U_c = f_{cd} b_o d$)	0,04	0,07	0,07	0,26	0,23	0,26	0,23	0,14	0,11	0,09	0,08
M ⁻	λ_s	11,7	2,22	3,46	1,95	2,22	1,95	2,22	2,29	2,49	2,71	2,80
	$\left(\frac{U_s}{U_c} \right)_{\text{lim}}$ ($U_c = f_{cd} b_o d$)	0,04	0,23	0,14	0,26	0,23	0,26	0,23	0,22	0,20	0,18	0,18

Table T-1 summarizes the values of $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{lim}$ for the different types of sections indicated.

The practical conclusions that may be obtained from Table T-1 are indicated in Table T-2.

TABLE T-2

VALUES $\frac{U_s}{U_c}$ BELOW WHICH MINIMUM STEEL RATIO IS CONSIDERED.

TYPE OF SECTION		MOMENT	
		POSITIVE	NEGATIVE
RECTANGULAR		0.04	0.04
T	SLENDER	0.07	0.23
	SOLID	0.07	0.14
I or BOX	SLENDER	0.26	0.26
	SOLID	0.23	0.23
FLOOR SLABS		0.10	0.20

From a study of the preceding and in particular that of Table 2, the following conditions may be deduced.

- Formula [3] permits the general calculation of the reinforcement necessary in simple bending with respect to non-brittleness.
- Table T-1 allows the immediate application of formula [3] to those sections more frequently used in practice.
- The generalization of the formula $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{lim} = 0.04$ to non rectangular sections as the value of the steel ratio below which brittle failures occur, has a tendency towards insecurity, leading to very important errors.

Table T-2 lists the values of $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{lim}$ for different types of sections, and below which conditions of minimum steel ratio may be considered. Below these values, formulas [5] and [6] immediately give the values of minimum steel ratio for positive and negative moments, respectively.

Figure 4 shows the variation $\frac{A_{s, min}}{A_s}$ in terms of the specific steel ratio $\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b_o d f_{cd}}$, for the case of positive moments. Similar information is given in fig. 5 for negative moments.

En la Tabla T-1 se resumen los valores de $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{\text{lim}}$ para los distintos tipos de secciones allí indicadas.

De la Tabla T-1 se pueden sacar las conclusiones prácticas indicadas en la Tabla T-2.

TABLA T-2

VALORES $\frac{U_s}{U_c}$ POR DEBAJO DE LOS CUALES RIGE LA CUANTIA MINIMA.

TIPO DE SECCION		MOMENTO	
		POSITIVO	NEGATIVO
RECTANGULAR		0,04	0,04
T	ESBELTA	0,07	0,23
	MACIZA	0,07	0,14
I o CAJON	ESBELTA	0,26	0,26
	MACIZA	0,23	0,23
FORJADOS		0,10	0,20

Del examen de lo anterior y en particular de la Tabla T-2 se deducen las condiciones siguientes:

- La fórmula [3] permite el cálculo general de la armadura necesaria en flexión simple por consideraciones de no fragilidad.
- La Tabla T-1 permite la aplicación inmediata de la fórmula [3] a las secciones más frecuentemente usadas en la práctica.
- La generalización de la fórmula $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{\text{lim}} = 0,04$ a secciones no rectangulares como valor de la cuantía por debajo de la cual se producen roturas frágiles, está siempre del lado de la inseguridad, con errores muy importantes.

La Tabla T-2 resume los valores de $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{\text{lim}}$ para diversos tipos de secciones, por debajo de los cuales rige la condición de cuantía mínima. Por debajo de esos valores, las fórmulas [5] y [6] proporcionan de forma inmediata los valores de la cuantía mínima para momentos positivos y negativos, respectivamente.

La figura 4 resume la variación $\frac{A_{s, \text{min}}}{A_s}$ en función de la cuantía específica $\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b_o d f_{cd}}$, para el caso de momentos positivos. Análoga información proporciona la figura 5 para el caso de momentos negativos.

MINIMUM STEEL RATIO FOR POSITIVE MOMENTS

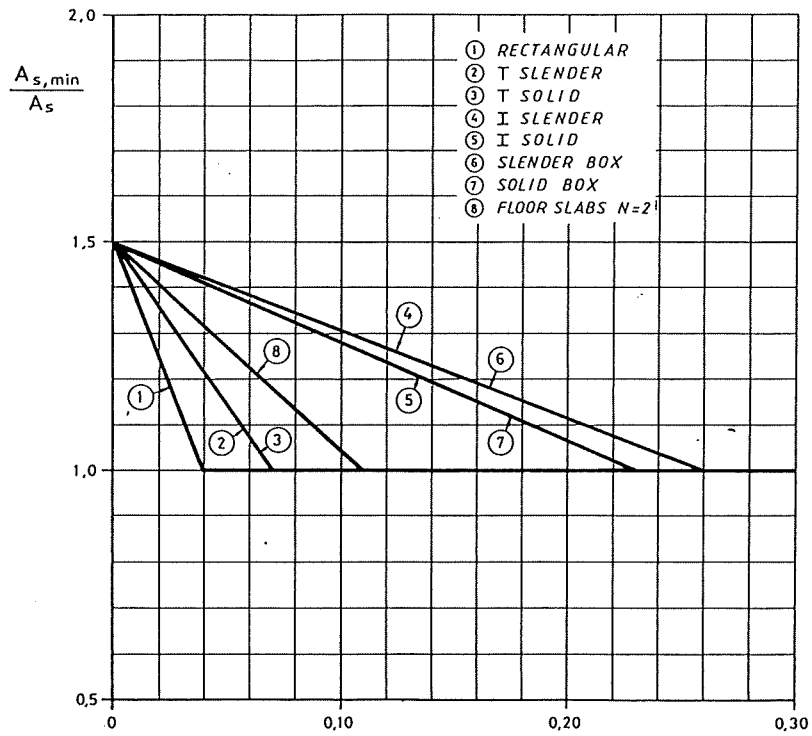


FIG. 4

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b_o d f_{cd}}$$

MINIMUM STEEL RATIO FOR NEGATIVE MOMENTS

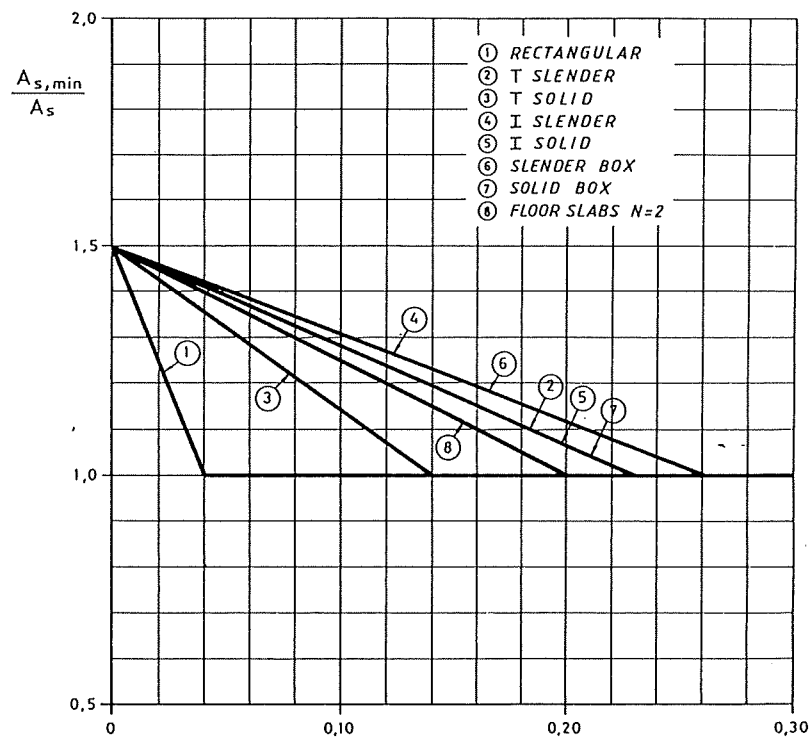


FIG. 5

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b_o d f_{cd}}$$

CUANTIAS MINIMAS PARA MOMENTOS POSITIVOS

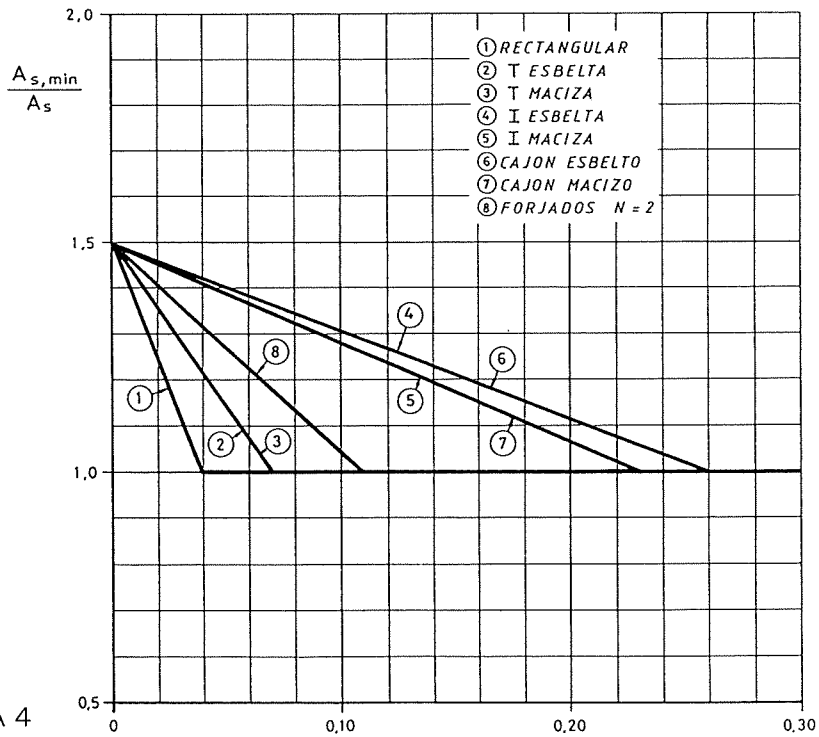


FIGURA 4

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b_0 d f_{cd}}$$

CUANTIAS MINIMAS PARA MOMENTOS NEGATIVOS

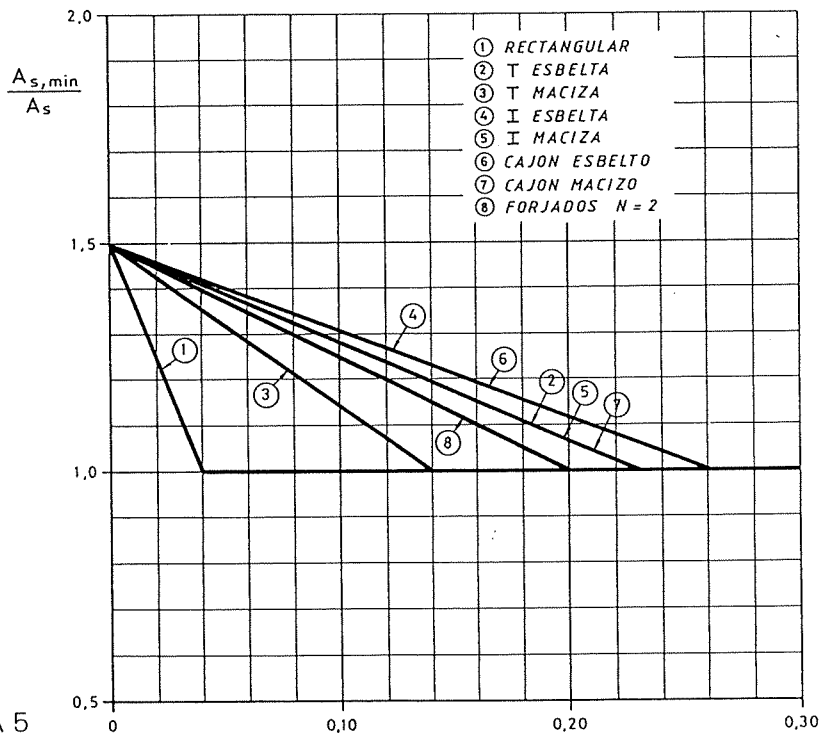


FIGURA 5

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b_0 d f_{cd}}$$

For reference purposes, Table T-3 indicates the balanced (upper) steel ratio for each section and for both positive and negative moments.

TABLE T-3
UPPER CRITICAL RATIOS OF ω_c

		TYPES SECTION (*)	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
POSITIVE MOMENTS	TYPES OF STEEL	AEH-400	0.458	2.13	1.946	1.299	1.59	1.299	1.59	2.69
		AEH-500	0.425	2.11	1.921	1.265	1.56	1.265	1.56	2.55
NEGATIVE MOMENTS	TYPES OF STEEL	AEH-400	0.458	0.458	0.458	1.299	1.59	1.299	1.59	0.904
		AEH-500	0.425	0.425	0.425	1.265	1.56	1.265	1.56	0.804

(*) The numeration corresponds to those cases indicated in figs. 4 and 5.
In non-rectangular sections the steel ratio refers to the section $b_o d$ of the web.

4. SPECIAL CONCLUSIONS FOR BEAM-BLOCK FLOORS SLABS

Corresponding to that of fig. 3, with the usual values $n > 2$. Code EF-88 establishes two types of minimum steel ratio for these types of floor slabs.

The first of which being the condition of minimum mechanical steel ratio, $\omega = \frac{U_s}{U_c} \geq 0.08$ and where U_c refers to the web. The Regulations do not make any differences between positive and negative moments.

Said condition is equal to:

$$\frac{A_{s, \min} f_{yd}}{b_o d f_{cd}} \geq 0.08$$

from which
$$\frac{A_{s, \min}}{A_s} \geq \frac{0.08 f_{cd} b_o d}{A_s f_{yd}} = \frac{0.08}{\omega} \quad [9]$$

Fig. 6 summarizes the condition stated in EF-88 and the derivative of the present work in accordance with figs. 4 and 5, for positive and negative moments.

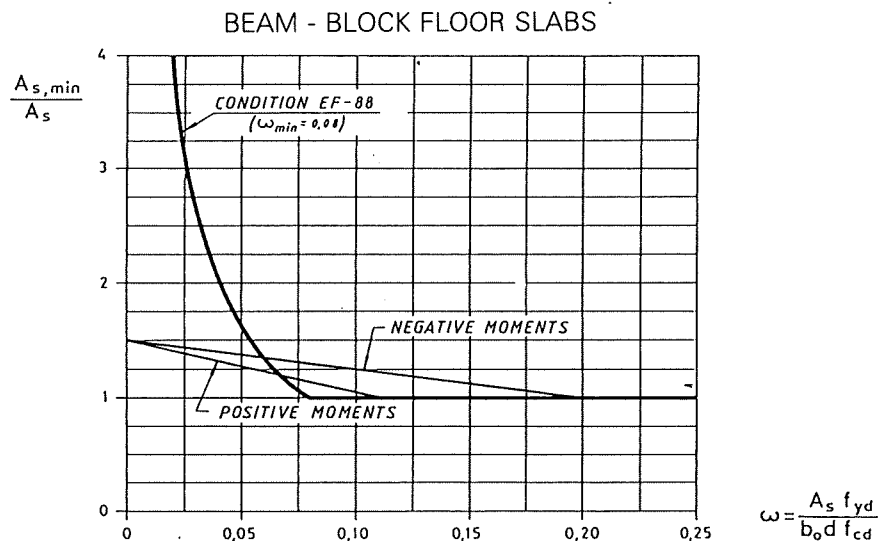


FIG. 6

Como referencia, la Tabla T-3 contiene para cada sección la cuantía crítica superior, para momentos positivos y negativos.

TABLA T-3
CUANTIAS CRITICAS SUPERIORES DE ω_c

		TIPO DE SECCION (*)	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
MOMENTOS POSITIVOS	TIPOS DE ACERO	AEH-400	0,458	2,13	1,946	1,299	1,59	1,299	1,59	2,69
		AEH-500	0,425	2,11	1,921	1,265	1,56	1,265	1,56	2,55
MOMENTOS NEGATIVOS	TIPOS DE ACERO	AEH-400	0,458	0,458	0,458	1,299	1,59	1,299	1,59	0,904
		AEH-500	0,425	0,425	0,425	1,265	1,56	1,265	1,56	0,804

(*) La numeración corresponde a los casos indicados en las figuras 4 y 5.
En secciones no rectangulares la cuantía está referida a la sección $b_o d$ del nervio.

4. CONCLUSIONES ESPECIALES PARA FORJADOS DE VIGUETA Y BOVEDILLA

Corresponden al caso de la figura 3, con valores usuales $n > 2$. Para este tipo de forjados, la Instrucción EF-88 establece dos cuantías mínimas.

La primera es la condición de cuantía mecánica mínima, $\omega = \frac{U_s}{U_c} \geq 0,08$ con U_c referida al nervio. La Norma no hace diferencia para momentos positivos y negativos.

La condición citada equivale a:

$$\frac{A_{s, \min} f_{yd}}{b_o d f_{cd}} \geq 0,08$$

de donde

$$\frac{A_{s, \min}}{A_s} \geq \frac{0,08 f_{cd} b_o d}{A_s f_{yd}} = \frac{0,08}{\omega} \quad [9]$$

En la figura 6, se resumen la condición citada de EF-88 y la derivada del presente trabajo de acuerdo con las figuras 4 y 5, para momentos positivos y negativos.

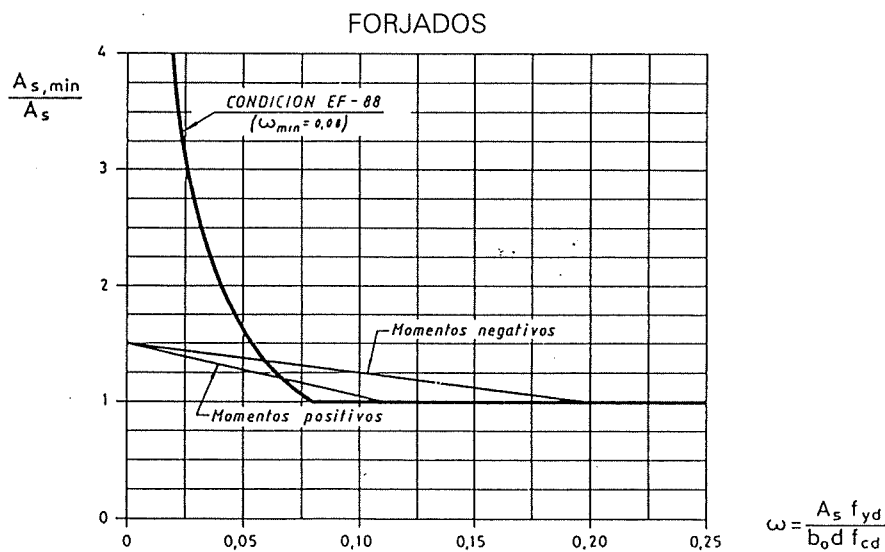


FIGURA 6

One can see that for values ω below 0.06 the condition of EF-88 is excessively conservative when compared with the conditions of formulas [5] and [6].

The second condition of the minimum steel ratio of EF-88 establishes a minimum geometrical steel ratio of 0.006 with reference to section b_0d of the web.

The condition

$$\frac{A_{s, \min}}{b_0 d} = 0.006 \quad [10]$$

is equivalent to

$$\frac{A_{s, \min} f_{yd}}{b_0 d f_{cd}} = 0.006 \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

or

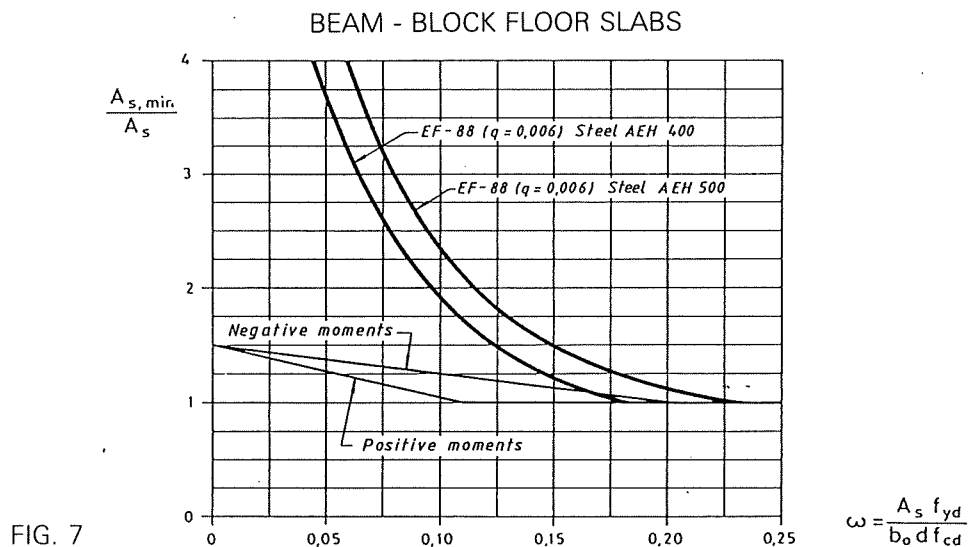
$$\frac{A_{s, \min}}{A_s} = \frac{0.006 \frac{f_{yd}}{f_{cd}}}{\omega} \quad [11]$$

For $f_{ck} = 175 \text{ kp/cm}^2$, as is usual in these types of floor slabs and $\gamma_c = 1.5$, [11] take the followins expressions for steels AEH-400 and AEH-500 with $\gamma_s = 1.15$.

$$\text{Steel AEH-400} \quad \frac{A_{s, \min}}{A_s} = \frac{0.183}{\omega} \quad [12]$$

$$\text{Steel AEH-500} \quad \frac{A_{s, \min}}{A_s} = \frac{0.228}{\omega} \quad [13]$$

Fig. 7 shows the condition of EF-88 for steels AEH-400 and AEH-500, with $f_{ck} = 175 \text{ kp/cm}^2$ and the conditions obtained in the present work for positive and negative moments. Once again the requirements of EH-88 prove to be excessively conservative and those results provided by formulas [5] and [6] more reasonable.



Como puede verse para valores ω inferiores a 0,06 la condición de EF-88 es excesivamente conservadora, comparada con las condiciones de las fórmulas [5] y [6].

La segunda condición de cuantía mínima de EF-88 establece una cuantía geométrica mínima de 0,006 referida a la sección $b_0 d$ del nervio.

La condición

$$\frac{A_{s, \min}}{b_0 d} = 0,006 \quad [10]$$

es equivalente a

$$\frac{A_{s, \min} f_{yd}}{b_0 d f_{cd}} = 0,006 \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

o bien

$$\frac{A_{s, \min}}{A_s} = \frac{0,006 \frac{f_{yd}}{f_{cd}}}{\omega} \quad [11]$$

Para $f_{ck} = 175 \text{ kp/cm}^2$, como es usual en este tipo de forjados y $\gamma_c = 1,5$, [11] toma las expresiones siguientes para aceros AEH-400 y AEH-500 con $\gamma_s = 1,15$.

$$\text{Acero AEH-400 } \frac{A_{s, \min}}{A_s} = \frac{0,183}{\omega} \quad [12]$$

$$\text{Acero AEH-500 } \frac{A_{s, \min}}{A_s} = \frac{0,228}{\omega} \quad [13]$$

En la fig. 7 se ha representado la condición de EF-88 para aceros AEH-400 y AEH-500, con $f_{ck} = 175 \text{ kp/cm}^2$ y las condiciones obtenidas en el presente trabajo para momentos positivos y negativos. De nuevo los requisitos de EF-88 resultan excesivamente conservadores y las fórmulas [5] y [6] proporcionan resultados más razonables.

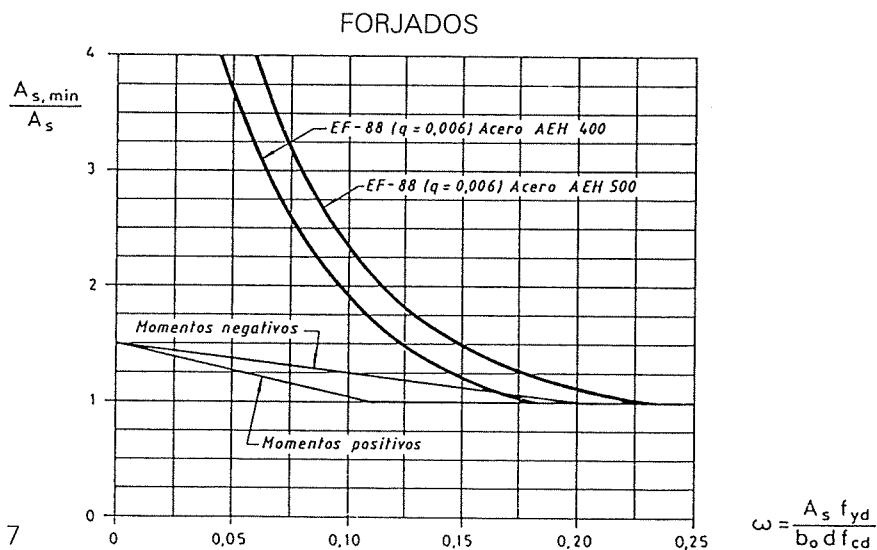


FIGURA 7

NOTE:

All the above is based solely on the idea of finding formulas coherent with that laid down in EH-88 to establish the condition of minimum steel ratio for any type of section.

The following aspects, in particular, have not been considered:

- 1.) Three additional problems arise with respect to the basis established by the EH-88:
 - a) As the condition is expressed in terms of the resistance $f_{ck,28}$ of the project, that is to say by 28 days, the members, in accordance with the increasing age of the structure, begin to take on the condition of brittleness, as in the long term $f_{ck,\infty}$ may be in the region of 50% higher than $f_{ck,28}$.
 - b) Paradoxically, in those members dimensioned by conditions of minimum steel ratio, the inversion of quality control is required, as concrete over the specified limits may cause a theoretically ductile section to become brittle.
 - c) The increase in security from 0 to 50% for quantities varying from $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{lim}$ to 0, is an acceptable criteria in structures that do not require the mobilization of large plastic resources. This is not the case, however, of those located in seismic areas.
- 2.) The model adopted by EH-88, following the C.E.B. old way, is oversimplified. As indicated in fig. 8, in accordance with the steel ratio and in particular the diameter and bond characteristics of the steel used, the failure of bond in a crack and the anchorage from its edges, on affecting the length of the bar to a greater or lesser extent, leads to very different local elongations, which in the same way as the remaining variables, and in particular that of steel ratio, can lead to ductile or brittle failure.

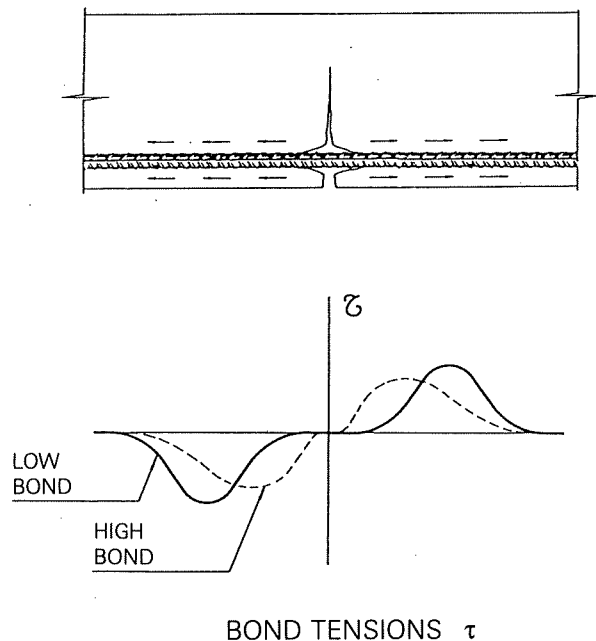


FIG. 8

NOTA:

En todo lo anterior, se ha partido, únicamente, de la idea de buscar fórmulas coherentes con los planteamientos de EH-88 para establecer la condición de cuantía mínima para secciones de forma cualquiera.

Específicamente no se han considerado los aspectos siguientes:

- 1.º) Respetando las bases de planteamiento adoptadas por EH-88, surgen tres problemas adicionales:
 - a) Como la condición se expresa en función de la resistencia $f_{ck,28}$ de proyecto, es decir a 28 días, a medida que aumenta la edad de la estructura, las piezas, a pesar de la precaución tomada, van entrando en condición de fragilidad, pues a largo plazo $f_{ck,\infty}$ puede ser del orden de un 50% superior a $f_{ck,28}$.
 - b) Paradójicamente, en las piezas dimensionadas por condiciones de cuantía mínima, debería invertirse la actuación del control de calidad, pues un hormigón superior al especificado podría, transformar en frágil una sección teóricamente dúctil.
 - c) El incrementar la seguridad de 0 al 50% para cuantías variando de $\left(\frac{U_s}{U_c}\right)_{lim}$ a 0, es un criterio aceptable en estructuras que no necesiten movilizar grandes recursos plásticos. Este no es el caso de las situadas en zonas sísmicas.
- 2.º) El modelo adoptado por EH-88, siguiendo al C.E.B., es excesivamente simplificado. Tal como se indica en la figura 8, según la cuantía y especialmente según el diámetro y características adherentes del acero empleado, la rotura de la adherencia en una fisura y el anclaje a partir de sus labios, según afecte a una longitud mayor o menor de barra conduce a alargamientos locales muy diferentes, que a igualdad de las restantes variables, y en particular de la cuantía, pueden conducir a roturas frágiles o dúctiles.

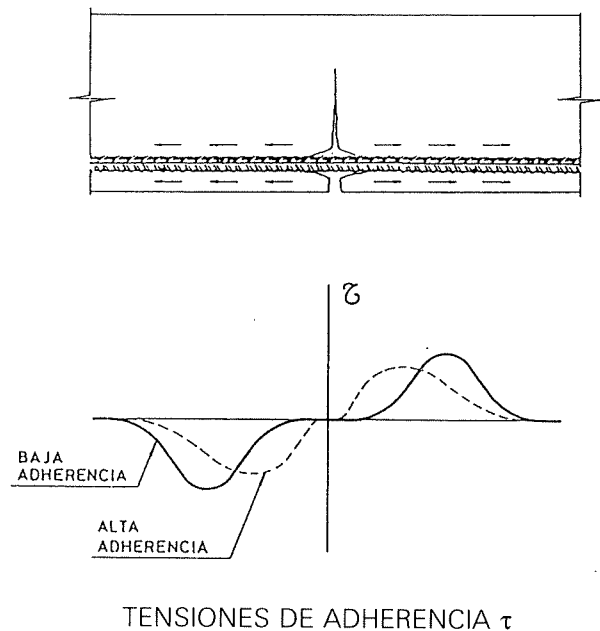


FIGURA 8

BIBLIOGRAFIA

- (1) CALAVERA, J. «Cálculo, Construcción y Patología de Forjados de Edificación». INTEMAC. Madrid 1981. (1.^a edición).
- (2) «Instrucción para el Proyecto y la Ejecución de Obras de Hormigón en Masa o Armado» EH-73. MOPU. Madrid 1973.
- (3) CALAVERA, J. «Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios». 2.º Tomo. INTEMAC. Madrid 1985.

BIBLIOGRAPHY

- (1) CALAVERA, J. «Cálculo, Construcción y Patología de Forjados de Edificación». INTEMAC. 1981. (1.^a edición).
(CALAVERA, J. «Building Design, Construction and Pathology of Slabs». INTEMAC. 1981. (1st Edition)).
- (2) «Instrucción para el Proyecto y la Ejecución de Obras de Hormigón en Masa o Armado» EH-88. MOPU. Madrid 1973.
(«Instruction for the Design and Execution of Constructions in Concrete and Reinforced Concrete». EH-88. Ministry of Public Works. Madrid. 1973).
- (3) CALAVERA, J. «Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios». 2.º Tomo. INTEMAC. Madrid 1985.
(CALAVERA, J. «Design and Calculation of Reinforced Concrete Structures in Buildings». Volume 2. INTEMAC. Madrid 1985).

Relación de personal titulado

Ingenieros de Caminos

Acón Robleda, Miguel Angel
Calavera Ruiz, José
Cortés Bretón, Juan María
Corral Folgado, Claudio
Delibes Liniers, Adolfo
Díaz Lozano, Justo
Espinós Espinós, José
Fernández Gómez, Jaime Antonio
Ferrer Serafi, Carles
Ferrerías Eleta, Román
Gómez Alvarez, Mercedes
González González, Juan José
González Valle, Enrique
Hostalet Alba, Francisco
Izquierdo Bernaldo de Quirós, José M.^a
Jordán de Urríes de la Riva, Jorge
Ley Urzáiz, Jorge
Rodríguez Moragón, Julio
Sanz Pérez, Lorenzo
Sirvent Sirvent, Enrique
Tapia Menéndez, José

Ingenieros Civiles

Arias Brostella, Carlos Alfredo
Pulgar Allendes, Jorge Osvaldo

Arquitecto

Luzón Cánovas, José M.^a

Ingeniero I.C.A.I.

Marín Estévez, Gonzalo

Ingenieros Industriales

Alvarez Cabal, Ramón Amado
Aparicio Puig, José Antonio
Bueno Bueno, Jorge
Durán Boldova, José Miguel
Hernández Arnau, Agustín
Pi Sáenz de Heredia, Cristóbal
Valenciano Carles, Federico

Ingeniero Agrónomo

Valdés Tamames, Begoña

Ingeniero de Minas

Ramos Sánchez, Adelina

Licenciados en Ciencias Geológicas

Blanco Zorroza, Alberto
Calafat Colom, Felio Jaime
Massana Milá, Joan
Serrano Martín, Luis

Licenciados en Ciencias Químicas

López Sánchez, Pedro
Morgado Sánchez, José Carlos
Rodríguez-Maribona Gálvez, Isabel Ana

Arquitectos Técnicos

Bielsa Guiu, Julio
Casado de la Fuente, M.^a Esther
Cervera García, Eduardo
Fuente Rivera, Jesús de la
Jambrina de la Peña, María Isabel
Jiménez Recio, Pedro Luis
Montejano Jiménez, María del Carmen
Muñoz Mesto, Angel
Oros Rey, Ana Isabel
Seisdedos Domínguez, Lucía
Vicente García, José Manuel

Ingenieros Técnicos Industriales

Alonso Miguel, Félix Benito
Alvarez Martín, Gonzalo
Díaz-Trechuelo Laffón, Antonio
Gómez Gómez, Angel Manuel
González Carmona, Manuel
Madueño Moraño, Antonio
Rodríguez Delgado, José Manuel

Ingeniero Técnico Industrial Químico

Fernández París, José Manuel

Ingenieros Técnicos de Obras Públicas

Blanco García, Fernando
Carrero Crespo, Rafael
Esteban García, Juan José
González Isabel, Germán
González Nuño, Luis
Mata Soriano, Juan Carlos
Montiel Sánchez, Ernesto
Muñoz Jiménez, José Luis
Muñoz Mesto, Angel
Pardo de Agueda, Juan Luis
Rosa Moreno, José Andrés
Rozas Hernando, José Juan
Sánchez Vicente, Andrés

Ingenieros Técnicos de Minas

Ballesteros Peinado, Luis Alberto
Santacoloma Cabero, Juan Ignacio
Sillero Arroyo, Andrés

Ingenieros Técnicos Topógrafos

Barragán Bermejo, M.^a Vicenta
Carreras Ruiz, Francisco
Vinagre Sáenz de Tejada, Hilario

Profesores Mercantiles

González Alvarez, Vicente
Sampedro Portas, Arturo

Técnico en Informática

García Rodríguez, Juan Tomás

Topógrafo

Alquézar Falcetto, Ricardo

SERVICIO DE PUBLICACIONES

2.^a EDICION 1991 *



* De acuerdo con las Instrucciones EH-88 y EF-88 con referencia al EUROCODIGO EC-2, Model Code CEB-1990, ACI 318/89

Los precios indicados son para entregas dentro del territorio español.

"PROYECTO Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO PARA EDIFICIOS"

● Autor: J. CALAVERA.
● 2.^a Edición, 1991 de acuerdo con Instrucciones EH-88 y EF-88, con referencia a EC-2, Model Code CEB-1990, ACI 318/89.

TOMO I CÁLCULO DE ESFUERZOS
● 568 páginas. ● Encuadernación en gualflex. ● 373 figuras. ● 90 gráficos y tablas auxiliares.

TOMO II DIMENSIONAMIENTO Y DETALLES CONSTRUCTIVOS
● 871 páginas. ● Encuadernación en gualflex. ● 611 figuras. ● 142 gráficos y tablas auxiliares.

Precio de la obra completa: 15.000 Pts.

"CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE CIMENTACIÓN"

● Autor: J. CALAVERA.
● 2.^a Edición. ● 381 páginas. ● Encuadernación en gualflex. ● 38 gráficos y tablas auxiliares. ● 40 tablas para el dimensionamiento directo. ● AGOTADO. (Próxima edición 1991).

"CÁLCULO, CONSTRUCCIÓN Y PATOLOGÍA DE FORJADOS DE EDIFICACIÓN"

● Autor: J. CALAVERA.
● 4.^a Edición. ● 678 páginas. ● Encuadernación en gualflex. ● 344 figuras. ● 93 tablas y ábacos. ● 16 ejemplos resueltos. ● 159 referencias bibliográficas. ● 188 detalles constructivos. ● Precio: 6.770 Pts.

"MUROS DE CONTENCIÓN Y MUROS DE SOTANO"

● Autor: J. CALAVERA.
● 2.^a Edición. ● 308 páginas. ● Encuadernación en gualflex. ● 26 gráficos y tablas auxiliares. ● 22 tablas para el dimensionamiento directo. ● Precio: 5.900 Pts.

"TECNOLOGÍA Y PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HORMIGÓN"

● Autor: A. DELIBES.
● 266 páginas. ● Encuadernación en gualflex. ● AGOTADO. (Próxima edición 1992).

Nuestro INSTITUTO dispone de una amplia serie de trabajos publicados por nuestros técnicos en diferentes revistas que por su número no pueden reproducirse aquí. Solicite relación de títulos si está interesado.



INTEMAC

Monte Esquinza, 30, 4.^o D. 28010 MADRID

Tels.: (91) 410 51 58-62-66. Télex: 49987 INTEM E - Fax: (91) 410 25 80